

チャレンジ問題の解説・解答

第1章

基本問題

問題 1

解説

位取りをちゃんとやれば求められる。(2) は 0.778 M としてもよい。(3) は 5.93×10 などとしないこと。

解答

(1) 202 G (2) 778 k (3) 59.3

問題 2

解説

圧力の定義は力 / 面積である。掛けた荷重が [kg] で与えられているので、これに重力加速度 g を乗じて単位 [N] として計算する。盛り土に作用する力は (大気圧) + (板の重さ) + (荷重) であるので、掛かる圧力はこの値に大気圧 101.3 kPa を加えて計算する。多くの人は、圧力が [N/m²] と知っていても、力 [kg] と [N] の関係を間違えやすい。2500 kg は 24.5 kN である。(板の重さ) = (荷重) となるので、これを面積で割ると答えが求められる。

解答

3.06 kPa

問題 3

解説

(1) 摂氏温度 T_c [°C] と絶対温度 T [K] の間には T [K] = T_c [°C] + 273.15 という関係がある。

よって、 T_c [°C] - 273.15 = 268 K となる。有効数字は 3 桁になることを注意する。

(2) ケルビン (Kelvin) と読む。

(3) 1013 hPa (常識としての値)。(hPa) はヘクト (10² を示す) パスカと読む。

$$(4) \text{ Pa} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{\text{m}} = \text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s}^2)$$

(5) 位置エネルギーの問題である。位置エネルギー $E = mgh$ 。ここで、持ち上げる力は物の重量 mg で単位は [N] であるので、 $10.0 = 1 \cdot h$ より、 h を求めればよい。

解答

- (1) 268 K (2) ケルビン (3) 1013 hPa (4) $\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s}^2)$ (5) 10.0 m

問題 4**解説**

- (1) 1 L = 1000 mL である。m (ミリ) が 1/1000 であることがわかればよい。
 (2) $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$ である。 $1 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 1 \text{ m} = 1 \text{ m}^3$
 (3) 1 時間 = 3600 秒, $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$ である。これをふまえて, v_h を $[\text{km}/\text{h}]$, v を $[\text{m}/\text{s}]$ で表すと

$$v_h = 66.0 \text{ km/h} = \frac{66.0 \times 1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 18.333 \text{ m/s}$$

有効数字には注意する。

- (4) 密度 = 質量 / 体積であり, 質量 $[\text{kg}]$ は地球上では重さ $[\text{kg}]$ と同じ数値である。桁に注意して計算する。
 (5) 推力 = ガス量 $[\text{kg}/\text{s}] \times$ 噴出相対速度 $[\text{m}/\text{s}]$ である。この 2 つを掛けると $[\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2] = [\text{N}]$ (ニュートン) という単位になるが, 力の単位を $[\text{kg}]$ にするには重力加速度 $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ で割る。そして $[\text{kg}]$ を $[\text{ton}]$ ($1 \text{ ton} = 1000 \text{ kg}$) に換算する。

$$F = \frac{140 \times 450}{9.80665 \times 1000} \approx 6.42$$

解答

- (1) 250 mL (2) $2.50 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ (3) 18.3 m/s (4) $1.64 \times 10^3 \text{ kg}/\text{m}^3$
 (5) 6.42 ton

問題 5**解説**

エンタルピーは定圧比熱を温度で積分して計算する。式中の数値とは a, b などの変数に置きかえたほうが, 式を変形しやすくなり, ミスが少ない。

$$\begin{aligned} H &= \int_{T_1}^{T_2} c_p dT = \int_{T_1}^{T_2} a + bT + \frac{c}{T} dT \\ &= \left[aT + \frac{1}{2} bT^2 + c \log T \right]_{T_1}^{T_2} = a(T_2 - T_1) + \frac{1}{2} b(T_2^2 - T_1^2) + c \log \frac{T_2}{T_1} \end{aligned}$$

解答

2.73 MJ/kmol

問題 6

解説

海水の重さを計算する。ある深さでは、深さ dx で、 $\rho g dx$ の重さがあるので、積分して $\int_0^h \rho g dx$ が海水の重さである。この海水の重さに大気圧 P_0 が加わる。与えられた密度を $\rho = a + bx$ と置くと、

$$P = P_0 + \int_0^h \rho g dx = P_0 + \left[ax + \frac{b}{2} x^2 \right]_0^h g = P_0 + \left(ah + \frac{b}{2} h^2 \right) g$$

計算するときには、密度の単位は、 $1 \text{ g/cm}^3 = 10^3 \text{ kg/m}^3$ であるので、

$$P = 101k + 250 \left(1.068 + \frac{0.00045}{2} 250 \right) \times 10^3 \times 9.80665 \div 2.8573 \times 10^6$$

解答

2.86 MPa

発展問題

問題 7

解説

ファン動力分だけ室温は上がる。

時間を t 、ファンの消費エネルギー E 、空気の質量 m 、比熱を c として、 $\Delta Q = mc\Delta T$ である。空気の密度 ρ 、空間の体積 V として、エネルギーは

$$Et = \rho V c \Delta T$$

である。これから ΔT を求めればよい。

題意から $E = 160 \text{ [W]}$ 、 $t = 2 \times 3600 \text{ [s]}$ 、 $\rho = 1.21 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ 、 $c = 1020 \text{ [J/(kg} \cdot \text{K)]}$ 、 $V = 4 \times 6 \times 6 = 144 \text{ [m}^3\text{]}$ である。

$$\Delta T = \frac{Et}{\rho V c} = \frac{160 \times 2 \times 3600}{1.21 \times 144 \times 1020} = 6.482$$

元の温度は、 26.0°C であるので、 $26.0 + 6.482 = 32.5^\circ\text{C}$

解答

32.5°C

問題 8

解説

単位換算する。1 mL は $1 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ であり、1 mmHg は $101325/760 \text{ Pa}$ である。

問題の体積と圧力は、 $250 \text{ mL} = 250 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ 、 $140 \text{ mmHg} = 18665.0 \text{ Pa}$ であるので、

$$Q = pV = 18665.0 \times 250 \times 10^{-6} = 4.66625 \div 4.67$$

解答

4.67 J

第2章**基本問題****問題 1**

物体を引き上げる仕事量 E_p は、位置エネルギーの式 (2.2) より求める。ただし、重力加速度を $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ とする。

$$E_p = mgh = 10 \text{ kg} \times 9.81 \text{ m/s}^2 \times 30 \text{ m} = 2.94 \text{ kJ}$$

問題 2

鋼球の速度が壁との衝突により $w_2 = 0$ となるので、運動エネルギーの変化を式 (2.3) より求める。また、 $Q = mc\Delta T$ の関係より温度上昇を求める。

$$E_K = \frac{1}{2}m(w_2^2 - w_1^2) = -\frac{1}{2}mw_1^2$$

$$\frac{1}{2}mw_1^2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = mc\Delta T$$

$$\Delta T = \frac{1}{12}w_1^2 \frac{1}{c} = \frac{430^2}{12 \times 0.46 \times 10^3} = 33.5 \text{ K}$$

問題 3

電気エネルギー 500 W を t 秒与えると $500t$ [J] となる。また、 $T_1 = 15^\circ\text{C}$ から沸騰の温度 $T_2 = 100^\circ\text{C}$ までに必要な熱量を求める。このとき、 0.6 L の水の質量は $m = 0.6 \text{ kg}$ とする。

$$500t \times 0.75 = mc(T_2 - T_1)$$

$$t = \frac{mc(T_2 - T_1)}{500 \times 0.75} = \frac{0.6 \times 4.19 \times 10^3 (100 - 15)}{500 \times 0.75} = 570 \text{ s} = 9 \text{ min } 30 \text{ s}$$

問題 4

加熱に必要な熱量は

$$Q = mc(T_2 - T_1) = 10 \times 0.46 \times (1500 - 30) = 6.76 \text{ MJ}$$

問題 5

温度の高い金属球からは熱量 $Q_1 = mc_1(T_1 - T_m)$ がお湯に与えられ、温度の低いお湯は $Q_2 = Mc_2(T_m - T_2)$ の熱量を受け取り、温度 T_m は熱力学的平衡状態となる。このとき、金属球投入前後の熱エネルギーが保存されることから $Q_1 = Q_2$ なので

$$m = M \frac{c_2(T_m - T_2)}{c_1(T_1 - T_m)} = 200 \times \frac{4.19 \times (45 - 40)}{0.46 \times (100 - 45)} = 166 \text{ kg}$$

問題 6

閉じた系の熱力学第一法則の式 (2・14) $dQ = dU + pdV$ より、内部エネルギーの変化は

$$dU = dQ - pdV = 100 - 60 = 40 \text{ kJ}$$

問題 7

定容容器の加熱なので、容積変化は $dV = 0$ で内部エネルギーのみが上昇するので

(1) 絶対仕事 $W = 0$

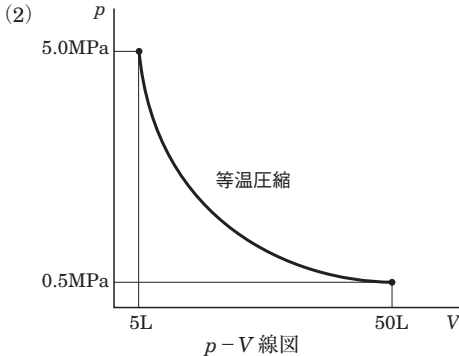
(2) $dU = dQ - pdV$ より、 $dV = 0$ なので、 $dU = dQ = 500 \text{ kJ}$

(3) $Q = mc_v(T_2 - T_1)$ より、 $T_2 = \frac{Q}{mc_v} + T_1 = \frac{500}{10 \times 0.718} + 30 = 100^\circ\text{C}$

問題 8

理想気体の状態方程式 $pV = mRT$ より等温変化なので、 $p_1V_1 = p_2V_2$

(1) $p_2 = p_1 \frac{V_1}{V_2} = 0.5 \times 10 = 5.0 \text{ MPa}$



(3) 絶対仕事は式 (2.9), また、等温変化なので $pV = p_1V_1$ より

$$L = \int_1^2 pdV = p_1V_1 \int_1^2 \frac{dV}{V} = p_1V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = 0.5 \times 10^3 \times 50 \times 10^{-3} \times \ln \frac{1}{10} = -57.6 \text{ kJ}$$

気体が圧縮されているため負の値となる。

問題 9

エンタルピーの式 (2.27) は等圧加熱なので、式 (2.28) より

$$\dot{Q} = \dot{m} \int_1^2 dh = \dot{m} (h_2 - h_1) = \frac{15 \times 10^3}{3600} \times (2748 - 640) = 8.78 \text{ MW}$$

問題 10

発熱量の 35% が出力となるので

$$L = 0.35 H \dot{m} = 0.35 \times 43 \times 10^3 \times \frac{20}{3600} = 83.6 \text{ kW}$$

問題 11

エネルギー式 (2.43) より, $m = 1 \text{ kg}$, $w_1 \cong 0$, $z_2 - z_1 = 0$, $\frac{Q}{m} = q$, ここで放熱なので q は負の値なので右辺に移項する。放熱 q を求めると

$$h_1 = \frac{1}{2} w_2^2 + h_2 + w_t + q$$

$$q = h_1 - h_2 - w_t - \frac{1}{2} w_2^2 = 2900 - 2200 - 650 - \frac{1}{2} \times 170^2 \times 10^{-3} = 35.6 \text{ kJ}$$

発展問題

問題 12

体積流量 $\dot{V} = 0.25 \text{ m}^3/\text{s}$ より, 水の密度を $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ とすると質量流量は

$$\dot{m} = \rho \dot{V} = 1000 \times 0.25 = 250 \text{ kg/s となる。}$$

(1) (水流の運動エネルギー E_K + 位置エネルギー E_P) $\times$ (タービン効率 η_t) $\times$ (発電効率 η_g) = 出力 P

なので, $\left(\frac{1}{2} \dot{m} w^2 + \dot{m} g h \right) \eta_t \eta_g = P$ が成り立つことより

$$\dot{m} g h = \frac{P}{\eta_t \eta_g} - \frac{1}{2} \dot{m} w^2$$

$$h = \frac{P}{\dot{m} g \eta_t \eta_g} - \frac{1}{2g} w^2 = \frac{10 \times 10^3}{250 \times 9.81 \times 0.85 \times 0.95} - \frac{5.0^2}{2 \times 9.81} = 3.78 \text{ m}$$

(2) 水の加熱に使用できる出力は $\dot{Q} = P \times 0.80 = \frac{mc(T_2 - T_1)}{\tau}$ なので

$$\tau = \frac{mc(T_2 - T_1)}{P \times 0.80} = \frac{200 \times 4.19 \times (40 - 20)}{10 \times 0.80} = 2095 \text{ s} = 34 \text{ min } 55 \text{ s}$$

問題 13

エネルギーは保存されるので、エンジン出力 L = 発電電力 P + 冷却水での除熱量 $\dot{Q}$ となる。

$$\dot{Q} = L - P = 5000 - 100 \times 40 = 1000 \text{ W}$$

$$\dot{Q} = \dot{m}c(T_2 - T_1) \text{ より } \dot{m} = \frac{\dot{Q}}{c(T_2 - T_1)} = \frac{1.0}{4.19 \times (80 - 30)} = 4.77 \times 10^{-3} \text{ kg/s}$$

$$\dot{V} = 4.77 \times 10^{-3} \times 60 \cong 0.286 \text{ kg/min} = 0.286 \text{ L/min}$$

問題 14

温度の高い合金からは熱量 $Q_1 = mc_1(T_1 - T_m)$ が水に与えられ、温度の低い水は $Q_2 = Mc_2(T_m - T_2)$ の熱量を受け取り、温度 T_m は熱力学的平衡状態となる。このとき、合金投入前後の熱エネルギーが保存されることから $Q_1 = Q_2$ なので

$$c_1 = c_2 \frac{M(T_m - T_2)}{m(T_1 - T_m)} = 4.19 \times \frac{1.8 \times (85 - 4)}{4.5(180 - 85)} = 1.43 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}$$

問題 15

エンタルピーの式 (2.27) を用いた等圧加熱の式 (2.28) および工業仕事の式 (2.30) より、 $dh = dq + vdp$ の式は等圧加熱では $dh = dq$ となり、断熱変化での蒸気タービンでの工業仕事は $-dh = -vdp$ となることから

$$\dot{Q} = \dot{m} \int_1^2 dh = \dot{m}(h_2 - h_1) = 20 \times (2900 - 590.0) = 46.2 \text{ MW}$$

$$\dot{L}_t = -\dot{m} \int_2^3 vdp = -\dot{m} \int_2^3 dh = \dot{m}(h_2 - h_3) = 20 \times (2900 - 2400) = 10.0 \text{ MW}$$

第3章**基本問題****問題 1**

(1) $pV = mRT$ およびマイヤーの関係 $c_p - c_v = R$ を用いて質量 m を求める。

$$m = \frac{pV}{RT} = \frac{pV}{(c_p - c_v)T}$$

$$= \frac{500 \times 10^3 \times 1}{(1005 - 718) \times (30 + 273)} = 5.75 \text{ kg}$$

(2) 等容変化 $dV=0$ なので、熱力学第一法則の式は、 $dQ = dU + p dV = mc_v dT$ となる。

$$\therefore Q = mc_v (T_2 - T_1) = 5.75 \times 718 \times (50 - 30) = 82.6 \text{ kJ}$$

(3) $V/T = \text{一定}$ なので、 $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$ となり

$$p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} = 500 \times \frac{50 + 273}{30 + 273} = 533 \text{ kPa}$$

問題 2

(1) $p_1 V_1 = mRT_1$ および $R = R_0/M$ なので、

$$m = \frac{p_1 V_1}{RT_1} = \frac{Mp_1 V_1}{R_0 T_1} = \frac{29 \times 300 \times 10^3 \times 5}{8314 \times 323} = 16.2 \text{ kg}$$

(2) $V/T = \text{一定}$ なので、 $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ となり

$$V_2 = V_1 \frac{T_2}{T_1} = 5 \times \frac{473}{323} = 7.3 \text{ m}^3$$

(3) $dQ = dH - V dP = mC_p dT$

$$\text{ここで } C_p = \frac{\kappa R}{\kappa - 1} = \frac{\kappa R_0}{M(\kappa - 1)} = \frac{1.40 \times 8314}{29 \times (1.40 - 1)} = 1003 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

$$Q = mc_p (T_2 - T_1) = 16.2 \times 1003 \times (200 - 50) = 2.44 \text{ MJ}$$

(4) p は定数なので

$$L = \int_1^2 p dV = p \int_1^2 dV = p(V_2 - V_1) = 300 \times (7.3 - 5) = 690 \text{ kPa}$$

問題 3

$$dQ = dU + dL = mC_v dT + dL$$

$$\therefore Q = L$$

$$pV = p_1 V_1 = p_2 V_2 \rightarrow p = \frac{p_1 V_1}{V}, \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

$$L = \int_1^2 p dV = p_1 V_1 \int_1^2 \frac{1}{V} dV = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$$

$$Q = L = 100 \times 10 \times \ln \frac{100}{900} = -2.20 \text{ MJ} \quad (\text{等温圧縮中に } 2.20 \text{ MJ の熱が外部に放出される})$$

問題 4

$$(1) \frac{T_1^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}{p_1^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} = \frac{T_2^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}{p_2^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = (35 + 273) \times \left(\frac{3.0}{0.15} \right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 725 \text{ K}$$

$$(2) dQ = dU + dL \quad (\text{断熱変化のため } dQ = 0)$$

$$dL = -dU = -mc_v dT$$

$$\begin{aligned} \therefore L &= -mc_v \int_1^2 dT = mc_v (T_1 - T_2) = \frac{mR}{\kappa - 1} (T_1 - T_2) = \frac{287}{1.4 - 1} (308 - 725) \\ &= 299 \text{ kJ} \end{aligned}$$

$$(3) L_t = \kappa L = 1.40 \times 299 = 419 \text{ kJ}$$

第4章

基本問題

問題 1

熱機関の熱効率

$$\eta = \frac{L}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

と表される。熱力学第一法則はエネルギー保存則と考えられる。したがって、熱機関においてサイクルに与えた受熱量 Q_1 よりサイクルからの排熱量 Q_2 が大きくなることはなく、 Q_2/Q_1 が 1 を超えることはない。よって、熱効率の定義から一般サイクルの熱効率が 0 以下になることはない。

熱効率が 1 以上となるためには、受熱量 Q_1 以上の仕事を行うこととなり、熱力学第一法則に反するので熱効率が 1 を超えることができない。

ヒートポンプ・冷凍機の受熱量 Q_2 、排熱 Q_1 、仕事 L には、

$$Q_1 = L + Q_2$$

の関係がある。ヒートポンプ・冷凍機は駆動するための仕事 L が必要であり、この仕事 L を低温熱源からくみ上げた受熱量 Q_2 とあわせて高温熱源に排出するために、高温熱源に排熱される熱量 Q_1 は低温熱源から受熱する熱量 Q_2 よりも必ず大きくなる。

問題 2

可逆カルノーサイクルを熱機関として作動させた場合の理論熱効率は

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

と定義される。ここで、高温熱源温度が T_H 、低温熱源温度が T_L であるので、高温熱源 T_H と

低温熱源 T_L の温度の比が同じ場合は、作動流体の種類および温度に無関係に理論熱効率が決定される。

低温熱源温度が T_L に対して高温熱源温度 T_H が高くなり差が大きくなるほど、高温熱源温度が T_H と低温熱源温度が T_L の比が小さくなるために理論熱効率は向上する。

問題 3

逆カルノーサイクルの、ヒートポンプの成績係数 $(COP)_h$ と冷凍機の成績係数 $(COP)_r$ は

$$(COP)_h = \frac{T_H}{T_H - T_L} \quad (COP)_r = \frac{T_L}{T_H - T_L}$$

と定義される。したがって、高温熱源と低温熱源の温度の差が同じ場合は分母が同一となり、高温熱源温度 T_H と低温熱源温度 T_L が高くなるほど、ヒートポンプの成績係数 $(COP)_h$ および冷凍機の成績係数 $(COP)_r$ が向上する。

問題 4

可逆カルノーサイクルでは、受熱量 Q_1 および排熱量 Q_2 、高温熱源温度 T_H および低温熱源温度 T_L 以下の関係がある。

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_L}{T_H}$$

よって、排熱量と受熱量の比は、高温熱源温度 T_H と低温熱源温度 T_L の比となり

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_L}{T_H} = \frac{60 + 273.15}{600 + 273.15} = 0.382$$

また、可逆カルノーサイクルを熱機関として作動させた場合の理論熱効率は、高温熱源温度 T_1 および低温熱源温度 T_2 から

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - 0.382 = 0.618 = 61.8 \%$$

となる。

問題 5

可逆カルノーサイクルを熱機関として作動させた場合の理論熱効率 η は、受熱量 Q_1 および排熱量 Q_2 から以下のように定義されるので

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{100}{200} = 0.5 = 50 \%$$

可逆カルノーサイクルでは、受熱量 Q_1 および排熱量 Q_2 、高温熱源温度 T_H および低温熱源温度 T_L 以下の関係がある。

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_L}{T_H}$$

よって、低温熱源の温度 T_L は

$$T_L = T_H \times \frac{Q_2}{Q_1} = (1000 + 273.15) \cdot \frac{100}{200} = 636.6 \text{ K} = 363.4 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

問題 6

熱機関の熱効率は、高温熱源温度 T_H および低温熱源温度 T_L から以下の式で定義されるので

$$\eta = \frac{L}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{0 + 273.15}{60 + 273.15} = 0.180 = 18.0 \%$$

高温熱源からの受熱量 Q_1 は

$$Q_1 = Q_2 \frac{T_H}{T_L} = 40 \times \frac{60 + 273.15}{0 + 273.15} = 48.8 \text{ kJ}$$

となる。よって、理論熱効率の定義から仕事量は

$$L = \eta Q_1 = 48.8 \times 0.18 = 8.78 \text{ kJ}$$

【別解】

仕事 L 、受熱量 Q_1 および排熱量 Q_2 には、次の関係がある。

$$L = Q_1 - Q_2$$

よって、仕事 L は

$$L = Q_1 - Q_2 = 48.8 - 40 = 8.8 \text{ kJ}$$

逆カルノーサイクルのヒートポンプの成績係数 $(\text{COP})_h$ と冷凍機の成績係数 $(\text{COP})_r$ は

$$(\text{COP})_h = \frac{Q_1}{Q_1 - Q_2} = \frac{T_H}{T_H - T_L} \quad (\text{COP})_r = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} = \frac{T_L}{T_H - T_L}$$

と定義される。よって成績係数は

$$\text{ヒートポンプ } (\text{COP})_h = \frac{T_H}{T_H - T_L} = \frac{60 + 273.15}{(60 + 273.15) - (0 + 273.15)} = 5.55$$

$$\text{冷凍機 } (\text{COP})_r = \frac{0 + 273.15}{(60 + 273.15) - (0 + 273.15)} = 4.55$$

【別解】

ヒートポンプの成績係数 $(\text{COP})_h$ と冷凍機の成績係数 $(\text{COP})_r$ の関係

$$(\text{COP})_h = (\text{COP})_r + 1$$

から

$$(\text{COP})_r = (\text{COP})_h - 1 = 5.55 - 1 = 4.55$$

低温熱源からの受熱量 Q_2 は、ヒートポンプの成績係数 $(COP)_h$

$$(COP)_h = \frac{Q_1}{Q_1 - Q_2}$$

より

$$Q_1 - Q_2 = \frac{Q_1}{(COP)_h} \rightarrow Q_2 = Q_1 - \frac{Q_1}{(COP)_h} \rightarrow Q_2 = 200 - \frac{200}{5.55} = 164 \text{ kJ}$$

サイクルにする仕事 L は、以下の仕事の定義より

$$L = Q_1 - Q_2 = 200 - 164 = 36 \text{ kJ}$$

問題 7

逆カルノーサイクルのヒートポンプの成績係数 $(COP)_h$ と冷凍機の成績係数 $(COP)_r$ は

$$(COP)_h = \frac{Q_1}{Q_1 - Q_2} = \frac{T_H}{T_H - T_L} \quad (COP)_r = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} = \frac{T_L}{T_H - T_L}$$

と定義される。よって、成績係数は

$$\text{ヒートポンプ } (COP)_h = \frac{T_H}{T_H - T_L} = \frac{40 + 273.15}{(40 + 273.15) - (-20 + 273.15)} = 5.22$$

$$\text{冷凍機 } (COP)_r = \frac{-20 + 273.15}{(40 + 273.15) - (-20 + 273.15)} = 4.22$$

【別解】

ヒートポンプの成績係数 $(COP)_h$ と冷凍機の成績係数 $(COP)_r$ の関係

$$(COP)_h = (COP)_r + 1$$

から

$$(COP)_r = (COP)_h - 1 = 5.22 - 1 = 4.22$$

高温熱源からの受熱量 Q_1 は、冷凍機の成績係数 $(COP)_r$

$$(COP)_r = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$$

から

$$Q_1 - Q_2 = \frac{Q_2}{(COP)_r} \rightarrow Q_1 = \frac{Q_2}{(COP)_r} + Q_2 \rightarrow Q_1 = \frac{200}{4.22} + 200 = 247.4 \text{ kJ}$$

サイクルにする仕事 L は、以下の仕事の定義より

$$W = Q_1 - Q_2 = 247.4 - 200 = 47.4 \text{ kJ}$$

問題 8

エントロピーは、 $ds = dq/T$ と定義される。ここで、断熱変化は熱量 q が変化しないので $dq = 0$ となり、 $ds = 0/T = 0$ となる。よって、断熱変化におけるエントロピーの変化量は 0 である。

問題 9

単位質量の気体の等温変化のエントロピーの変化量は、次の式で求めることができる。

$$\text{等温変化 } (dT=0) \quad s_2 - s_1 = R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

よって、単位質量の空気の場合のエントロピーの変化量は

$$s_2 - s_1 = R \ln \frac{v_2}{v_1} = 287 \times \ln \frac{10}{2} = 462 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) = 0.462 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

問題 10

単位質量の気体の等容変化のエントロピーの変化量は、次の式で求めることができる。

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1}$$

よって、質量を m [kg] とすると 10 kg の空気の場合のエントロピーの変化量は

$$s_2 - s_1 = mc_v \ln \frac{T_2}{T_1} = 10 \times 0.718 \times \ln \frac{300 + 273.15}{30 + 273.15} = 4.57 \text{ kJ/K}$$

単位質量の気体の等圧変化のエントロピーの変化量は、次の式で求めることができる。

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1}$$

よって、質量を m [kg] とすると 10 kg の空気の場合のエントロピーの変化量は

$$s_2 - s_1 = mc_p \ln \frac{T_2}{T_1} = 10 \times 1.005 \times \ln \frac{300 + 273.15}{30 + 273.15} = 6.40 \text{ kJ/K}$$

したがって、等圧変化と等容変化の場合でエントロピーの変化量の差は

$$6.40 - 4.57 = 1.83 \text{ kJ/K}$$

となり、等圧変化の場合に等容変化よりも 1.83 kJ/K 大きい。

問題 11

出力 100 kW の 10 %、すなわち 10 kW が摩擦によって熱損失として失われている。ここで、出力とは毎秒あたりの仕事量であるから、毎秒 10 kJ の仕事量が失われていることになる。シリンダのエントロピーの変化量を ΔS_1 、大気のエントロピーの変化量を ΔS_2 とすると

$$\Delta S_1 = \frac{-\Delta Q}{T_1} = \frac{-10}{200+273.15} = -0.0211 \text{ kJ/K} = -21.1 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_2 = \frac{\Delta Q}{T_2} = \frac{10}{25+273.15} = 0.0335 \text{ kJ/K} = 33.5 \text{ J/K}$$

したがって、この変化による系の単位時間あたりのエントロピーの増加量 ΔS は

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = -21.1 + 33.5 = 12.4 \text{ J/K}$$

となる。

発展問題

問題12

可逆カルノーサイクルを熱機関として作動させた場合の理論熱効率

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

と定義される。よって

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{100+273.15}{1000+273.15} = 0.707 = 70.7 \%$$

可逆カルノーサイクルでは、受熱量 Q_1 および排熱量 Q_2 、高温熱源温度 T_H および低温熱源温度 T_L 以下の関係があるから、毎分あたりの低温熱源への排熱量 Q_2 は

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_L}{T_H}$$

$$Q_2 = \frac{T_L}{T_H} Q_1 = \frac{100+273.15}{1000+273.15} \times 100 = 29.3 \text{ MJ}$$

ここで、出力（仕事率）とは単位時間（1 s）あたりの仕事であるため、出力 P は

$$P = \frac{\eta Q_1}{60} = \frac{0.707 \times 100}{60} = 1.18 \text{ MW}$$

【別解】

1 s あたりの仕事は、

$$L = Q_1 - Q_2 = 100 - 29.3 = 70.7 \text{ MJ}$$

よって、単位時間あたりの仕事量である出力 P は

$$P = \frac{W}{60} = \frac{70.7}{60} = 1.18 \text{ MW}$$

問題13

可逆カルノーサイクルの理論熱効率

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

で定義される。ここで、一組の熱源 A の温度を高温熱源 T_1 と低温熱源 T_2 とし、もう一組の熱源 B の温度を高温熱源 T_3 と低温熱源 T_4 とする。熱源 A の温度は熱源 B の温度より高いとすると $T_1 > T_3$ および $T_2 > T_4$ となる。ここで、熱源 A と熱源 B の高温熱源と低温熱源の温度差は等しく ΔT とすると、 $T_1 = T_2 + \Delta T$ および $T_3 = T_4 + \Delta T$ となる。

それぞれの熱源を用いた場合の可逆カルノーサイクルの熱効率は

$$\eta_A = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_2 + \Delta T} \quad \eta_B = 1 - \frac{T_4}{T_3} = 1 - \frac{T_4}{T_4 + \Delta T}$$

となる。よって

$$\begin{aligned} \eta_B - \eta_A &= \left(1 - \frac{T_4}{T_4 + \Delta T}\right) - \left(1 - \frac{T_2}{T_2 + \Delta T}\right) = -\frac{T_4}{T_4 + \Delta T} + \frac{T_2}{T_2 + \Delta T} \\ &= \frac{-T_4(T_2 + \Delta T) + T_2(T_4 + \Delta T)}{(T_4 + \Delta T)(T_2 + \Delta T)} \end{aligned}$$

となる。分子のみを変形すると

$$-T_4(T_2 + \Delta T) + T_2(T_4 + \Delta T) = -T_4 T_2 - \Delta T T_4 + T_4 T_2 + \Delta T T_2 = \Delta T(T_2 - T_4)$$

ここで、 $T_2 > T_4$ であるので

$$\Delta T(T_2 - T_4) > 0$$

よって、

$$\eta_B - \eta_A > 0$$

$$\therefore \eta_B > \eta_A$$

となり、高温熱源と低温熱源の温度差が同じ場合、温度の低い熱源 B の熱効率が高くなる。

問題14

下記の比エントロピーを表す式において等圧変化なので $dp = 0$ とすると

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p} = c_p \frac{dT}{T}$$

この式を不定積分すると

$$s = \int c_p \frac{dT}{T} = c_p \int \frac{dT}{T} = c_p \ln T + C$$

$$\therefore s = \ln T^{c_p} + C$$

両辺とも自然対数の逆関数をとると

$$e^s = T^{c_p} + e^C \rightarrow T^{c_p} = e^s + C \rightarrow T = e^{\frac{s}{c_p}} + C$$

$$\therefore T = \exp \frac{s}{c_p} + C$$

と表される.

下記の比エントロピーを表す式において等容圧変化なので $dv=0$ とすると

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v} = c_v \frac{dT}{T}$$

この式を不定積分すると

$$s = \int c_v \frac{dT}{T} = c_v \int \frac{dT}{T} = c_v \ln T + C$$

$$\therefore s = \ln T^{c_v} + C$$

両辺とも自然対数の逆関数をとると

$$e^s = T^{c_v} + e^C \rightarrow T^{c_v} = e^s + C \rightarrow T = e^{\frac{s}{c_v}} + C$$

$$\therefore T = \exp \frac{s}{c_v} + C$$

と表される.

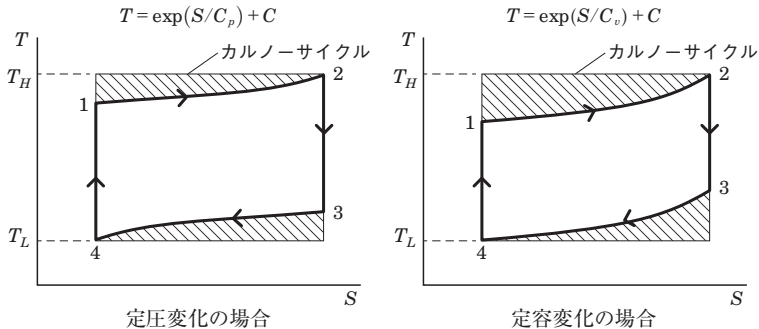
問題16

図に示すように、圧縮および膨張が断熱変化によって行われ、受熱過程または排熱過程が定容変化または定圧変化であったと考える. 定容変化では $T = \exp(s/c_v) + C$, 定圧変化では $T = \exp(s/c_p) + C$ となる. この場合、最高温度および最低温度が決まっているために斜線部分のように受熱量 Q_1 が減少し、排熱量 Q_2 が増加する.

熱機関の熱効率

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

であるから、受熱量 Q_1 が減少し、排熱量 Q_2 が増加すると熱効率は低下する. よって、カルノーサイクルは最高温度と最低温度が決まっている場合、得られる理論熱効率が最高となり、カルノーサイクルの理論熱効率を超えるサイクルはない.



問題16

エントロピーの定義 $ds = dq/T$ に、熱力学第一法則 $dq = du + pdv$ （閉じた系の表現）を代入すると

$$ds = \frac{dq}{T} = \frac{du + pdv}{T} = \frac{du}{T} + \frac{pdv}{T}$$

この式に、定容比熱の定義 $du = c_v dT$ および気体の状態方程式 $\frac{p}{T} = \frac{R}{v}$ （ $pv = RT$ より）を代入すると

$$ds = \frac{du}{T} + \frac{pdv}{T} = \frac{c_v dT}{T} + \frac{Rdv}{v} = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v}$$

$$\therefore ds = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v}$$

気体の状態方程式 $pv = RT$ を全微分して

$$d(pv) = d(RT) \rightarrow pdv + vdp = TdR + Rdt$$

ここで、 $dR = 0$ より

$$pdv + vdp = RdT$$

この式の左辺、右辺を状態方程式 $pv = RT$ の左辺、右辺で割ると

$$\frac{pdv + vdp}{pv} = \frac{RdT}{RT} \rightarrow \frac{pdv}{pv} + \frac{vdp}{pv} = \frac{RdT}{RT} \rightarrow \frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} = \frac{dT}{T}$$

【別解】

気体の状態方程式 $pv = RT$ の両辺の自然対数をとると

$$\ln(pv) = \ln(RT) \rightarrow \ln p + \ln v = \ln R + \ln T$$

ここで、両辺を微分すると

$$\frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} = \frac{dR}{R} + \frac{dT}{T}$$

となる。 R はガス定数で一定であるので $dR = 0$ より

$$\frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} = \frac{dT}{T}$$

先ほど求めた比エントロピーの式に、この式を代入すると

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v} = c_v \left(\frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} \right) + R \frac{dv}{v} \rightarrow ds = c_v \frac{dv}{v} + c_v \frac{dp}{p} + R \frac{dv}{v}$$

$$\therefore ds = c_v \frac{dp}{p} + (R + c_v) \frac{dv}{v}$$

マイヤーの関係 $R = c_p - c_v$ から、 $c_p = R + c_v$ であるので

$$ds = c_v \frac{dp}{p} + (R + c_v) \frac{dv}{v} = c_v \frac{dp}{p} + c_p \frac{dv}{v}$$

$$\therefore ds = c_v \frac{dp}{p} + c_p \frac{dv}{v}$$

エントロピーの定義 $ds = \frac{dq}{T}$ に、熱力学第一法則 $dq = dh - vdp$ （開いた系の表現）を代入すると

$$ds = \frac{dq}{T} = \frac{dh - vdp}{T} = \frac{dh}{T} - \frac{vdp}{T}$$

定圧比熱の定義 $dh = c_p dT$ および気体の状態方程式 $\frac{v}{T} = \frac{R}{p}$ （ $pv = RT$ より）を代入すると

$$ds = \frac{dh}{T} - \frac{vdp}{T} = \frac{c_p dT}{T} - \frac{Rdp}{p} = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}$$

$$\therefore ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}$$

問題 17

【等圧変化（ $dp = 0$ ）】

問題 16 に示された以下の関係より

$$ds = c_v \frac{dp}{p} + c_p \frac{dv}{v}$$

ここで、 $dp = 0$ から

$$ds = c_p \frac{dv}{v}$$

$$\therefore s_2 - s_1 = \int_1^2 ds = \int_1^2 c_p \frac{dv}{v} = c_p \int_1^2 \frac{dv}{v} = c_p [\ln v]_1^2 = c_p \ln \frac{v_2}{v_1}$$

問題 16 に示された以下の関係より

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}$$

ここで、 $dp = 0$ から

$$ds = c_p \frac{dT}{T}$$

$$\therefore s_2 - s_1 = \int_1^2 ds = \int_1^2 c_p \frac{dT}{T} = c_p \int_1^2 \frac{dT}{T} = c_p [\ln T]_1^2 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1}$$

【等容変化 ($dv=0$)】

問題 16 に示された以下の関係より

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v}$$

ここで, $dv=0$ から

$$ds = c_v \frac{dT}{T}$$

$$\therefore s_2 - s_1 = \int_1^2 ds = \int_1^2 c_v \frac{dT}{T} = c_v \int_1^2 \frac{dT}{T} = c_v [\ln T]_1^2 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1}$$

問題 16 に示された以下の関係より

$$ds = c_v \frac{dp}{p} + c_p \frac{dv}{v}$$

ここで, $dv=0$ から

$$ds = c_v \frac{dp}{p}$$

$$\therefore s_2 - s_1 = \int_1^2 ds = \int_1^2 c_v \frac{dp}{p} = c_v \int_1^2 \frac{dp}{p} = c_v [\ln p]_1^2 = c_v \ln \frac{p_2}{p_1}$$

問題 13

固体および液体のエントロピーの変化量は

$$s_2 - s_1 = c \ln \frac{T_2}{T_1}$$

で求めることができる。鉄と水の温度が一定となった温度 T_m は混合温度より

$$T_m = \frac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} = \frac{5 \times 0.5 \times (80 + 273.15) + 1 \times 4.2 \times (20 + 273.15)}{5 \times 0.5 + 1 \times 4.2} \\ = 315.5 \text{ K} (= 42.4^\circ \text{C})$$

鉄のエントロピーの変化量 ΔS_i は

$$\Delta S_i = S_2 - S_1 = c_i m_i \ln \frac{T_m}{T_1} = 0.5 \times 5 \times \ln \frac{315.15}{(80 + 273.15)} = -0.2846 \text{ kJ/K}$$

水のエントロピーの変化量 ΔS_w は

$$\Delta S_w = S_2 - S_1 = c_w m_w \ln \frac{T_m}{T_1} = 4.2 \times 1 \times \ln \frac{315.15}{(20 + 273.15)} = 0.3039 \text{ kJ/K}$$

閉系内のエントロピーの変化量 ΔS は

$$\Delta S = \Delta S_i + \Delta S_w = -0.2846 + 0.3039 = 0.0193 \text{ kJ/K} = 19.3 \text{ J/K}$$

となり, 閉系内のエントロピーは 19.3 J/K 増加する。

問題19

熱機関に非可逆過程を含めるために、熱機関の排熱を非可逆過程とする。つまり、熱エネルギーを移動するために熱機関の排熱温度 T_2 が低温熱源の温度 T_L よりも高いものとする。すなわち

$$T_2 > T_L$$

熱機関 M_1 のエントロピーの変化量 ΔS_1 は $\Delta S_1 = Q_1/T_H - Q_2/T_2$ となり、ヒートポンプ・冷凍機のエントロピー変化量 ΔS_2 は可逆過程と同様に $\Delta S_2 = Q_2/T_L - Q_1/T_H$ となる。低温熱源および高温熱源が受熱量および排熱量は可逆変化の場合と変わらないためエントロピーの変化量は 0 である。したがって、この閉系内のエントロピーの和 ΔS は

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = \left(\frac{Q_1}{T_H} - \frac{Q_2}{T_2} \right) + \left(\frac{Q_2}{T_L} - \frac{Q_1}{T_H} \right) = \frac{Q_2}{T_L} - \frac{Q_2}{T_2}$$

となる。ここで、 $T_2 > T_L$ であるため

$$\Delta S > 0$$

となる。

第5章

基本問題

問題1

仕事によるエクセルギーは $de = pdv - p_0 dv = (p - p_0)dv$ で求めることができる。理想気体の状態方程式より $p = RT/v$ である。よって、これを代入して状態 1 から状態 0 まで定積分すると

$$\begin{aligned} e &= \int_1^0 de = \int_1^0 p dv - \int_1^0 p_0 dv = RT \int_1^0 \frac{1}{v} dv - p_0 \int_1^0 dv \\ &= RT [\ln v]_1^0 - p_0 [v]_1^0 = RT \ln \frac{v_0}{v_1} - (v_0 - v_1) \end{aligned}$$

ここで、膨張前後の気体の体積 v_1 および v_0 は理想気体の状態方程式 $vp = RT$ より

$$v_1 = \frac{RT}{p_1} = \frac{0.287 \times 10^3 \times (25 + 273.15)}{200 \times 10^3} = 0.428 \text{ m}^3$$

$$v_0 = \frac{RT}{p_0} = \frac{0.287 \times 10^3 \times (25 + 273.15)}{101.3 \times 10^3} = 0.845 \text{ m}^3$$

したがって

$$e = RT_0 \ln \frac{v_0}{v_1} - p_0(v_0 - v_1)$$

$$\begin{aligned}
 &= 0.287 \times 10^3 \times (25 + 273.15) \ln \frac{0.845}{0.428} - 101.3 \times 10^3 (0.845 - 0.428) \\
 &= 15963 \text{ J/kg} = 16.0 \text{ kJ/kg}
 \end{aligned}$$

問題 2

熱機関で捨てられるアネルギー B は

$$B = T_0 \Delta S = T_0 \left(\frac{Q}{T_1} \right)$$

で求められる。周囲の温度 T_0 は一定であるから、高温熱源からの受熱量 Q が一定ならば高温熱源の温度 T_1 が大きな程、アネルギーは小さくなる。したがって、下記の式に示されるように得られるエクセルギー E が増加する。

$$E = Q - B = Q - T_0 \left(\frac{Q}{T_1} \right)$$

よって、下記に定義される熱機関の効率は高温熱源の温度が高いほど向上する。

$$\eta = \frac{E}{Q}$$

問題 3

圧力 400 kPa, 温度 25 °C の 1 kg の空気に対して、例題 5-1 において、閉じた系の比エクセルギー $de = -du + T_0 ds - p_0 dv$ に対して可逆等温過程として導いた比エクセルギーである次式から求める。

$$e = RT_0 \left(\frac{p_0}{p_1} - 1 - \ln \frac{p_0}{p_1} \right)$$

に値を代入する。ここで、空気のガス定数は $R = c_p - c_c$ から求めると

$$R = c_p - c_c = 1.005 - 0.718 = 0.287 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}$$

となる。よって

$$e = RT_0 \left(\frac{p_0}{p_1} - 1 - \ln \frac{p_0}{p_1} \right)$$

$$= 0.287 \times (25 + 273.15) \times \left(\frac{101.3 \times 10^3}{400 \times 10^3} - 1 - \ln \frac{101.3 \times 10^3}{400 \times 10^3} \right) = 53.6 \text{ kJ/kg}$$

圧力 400 kPa, 温度 25 °C の 1 kg の空気に対して、例題 5-1 において、閉じた系の比エクセルギー $de = -du + T_0 ds - p_0 dv$ に対して可逆等温等圧過程として導いた比エクセルギーである次式から求める。

$$e = c_v T_0 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 - \frac{c_p}{c_v} \ln \frac{T_1}{T_0} \right)$$

ここで、作動流体の初期温度および周囲の温度は

$$T_1 = 1000 + 273.15 = 1273.15 \text{ K}$$

$$T_0 = 25 + 273.15 = 298.15 \text{ K}$$

である。これらの値を代入すると

$$\begin{aligned} e &= c_v T_0 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 - \frac{c_p}{c_v} \ln \frac{T_1}{T_0} \right) \\ &= 0.718 \times 298.15 \left(\frac{1273.15}{298.15} - 1 - \frac{1.005}{0.718} \ln \frac{1273.15}{298.15} \right) = 256.1 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

問題 4

圧力 0.1 kPa、温度 25 °C の 1 m³ の空気に対して、例題 5-1 において閉じた系の比エクセルギー $de = -du + T_0 ds - p_0 dv$ に対して可逆等温過程として導いた比エクセルギーである次式を用いて求める。

$$e = RT_0 \left(\frac{p_0}{p_1} - 1 - \ln \frac{p_0}{p_1} \right)$$

この空気の質量を求める必要があるため、理想気体の状態方程式 $pV = mRT$ を用いる。ただし、空気のガス定数は $R = c_p - c_v = 1.005 - 0.718 = 0.287 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ である。

$$m = \frac{pV}{RT} = \frac{0.1 \times 10^3 \times 1}{0.287 \times 10^3 \times (25 + 273.15)} = 1.17 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

よって

$$\begin{aligned} E &= mRT_0 \left(\frac{p_0}{p_1} - 1 - \ln \frac{p_0}{p_1} \right) \\ &= 1.17 \times 10^{-3} \times 0.287 \times (25 + 273.15) \left[\frac{101.3 \times 10^3}{0.1 \times 10^3} - 1 - \ln \frac{101.3 \times 10^3}{0.1 \times 10^3} \right] = 100.6 \text{ kJ} \end{aligned}$$

温度 -100 °C、圧力 101.3 kPa の 1 m³ の空気に対して、例題 5-1 において閉じた系の比エクセルギー $de = -du + T_0 ds - p_0 dv$ に対して可逆等温等圧過程として導いた比エクセルギーである次式を用いて求める。

$$e = c_v T_0 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 - \frac{c_p}{c_v} \ln \frac{T_1}{T_0} \right)$$

この空気の質量を求める必要があるため、理想気体の状態方程式 $pV = mRT$ を用いる。ただし、空気のガス定数は $R = c_p - c_v = 1.005 - 0.718 = 0.287 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ である。

$$m = \frac{pV}{RT} = \frac{101.3 \times 10^3 \times 1}{0.287 \times 10^3 \times (-100 + 273.15)} = 2.04 \text{ kg}$$

ここで、作動流体の初期温度および周囲の温度は

$$T_1 = 273.15 - 100 = 173.15 \text{ K}$$

$$T_0 = 25 + 273.15 = 298.15 \text{ K}$$

である。これらの値を代入すると

$$\begin{aligned} E &= m c_v T_0 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 - \frac{c_p}{c_v} \ln \frac{T_1}{T_0} \right) \\ &= 2.04 \times 0.718 \times 298.15 \left(\frac{173.15}{298.15} - 1 - \frac{1.005}{0.718} \ln \frac{173.15}{298.15} \right) = 149.1 \text{ kJ} \end{aligned}$$

問題 4

例題 5-2 において閉じた系の比エクセルギー $de = -dh + T_0 ds$ に対して可逆等温過程として導いた比エクセルギーである次式を用いて求める。

$$e = RT_0 \ln \frac{p_1}{p_0}$$

与えられた数値を代入すると

$$e = RT_0 \ln \frac{p_1}{p_0} = 0.287 \times (25 + 273.15) \ln \frac{1 \times 10^6}{101.3 \times 10^3} = 195.9 \text{ kJ/kg}$$

問題 6

作動流体と周囲の温度が等しいため可逆等圧過程であり、 $dp=0$ より比エントロピーは $ds = c_p (dT/T) - R(dp/p)$ から $ds = c_p (dT/T)$ となる。また、比エンタルピーは $dh = c_p dT$ であるので、開いた系の比エクセルギー $de = -dh + T_0 ds$ から

$$de = -dh + T_0 ds = -c_p dT + T_0 \left(c_p \frac{dT}{T} \right) = -c_p dT + c_p T_0 \frac{dT}{T}$$

これを状態 1 から状態 0 まで定積分すると

$$\begin{aligned} e &= \int_1^0 de = \int_1^0 (-c_p dT) + \int_1^0 c_p T_0 \frac{dT}{T} = -c_p [T]_1^0 + c_p T_0 [\ln T]_1^0 = -c_p (T_0 - T_1) + c_p T_0 \ln \frac{T_0}{T_1} \\ &= -c_p T_0 + c_p T_1 + c_p T_0 \ln \frac{T_0}{T_1} = c_p T_0 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 + \ln \frac{T_0}{T_1} \right) = c_p T_0 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 - \ln \frac{T_1}{T_0} \right) \end{aligned}$$

ここで、作動流体の初期温度および周囲の温度は

$$T_1 = 500 + 273 = 773.15 \text{ K}$$

$$T_0 = 25 + 273 = 298.15 \text{ K}$$

である。これらの値を代入すると

$$e = c_p T_0 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 - \ln \frac{T_1}{T_0} \right) = 1.005 \times 298.15 \left(\frac{773.15}{298.15} - 1 - \ln \frac{773.15}{298.15} \right) = 191.9 \text{ kJ/kg}$$

発展問題

問題 7

固体や液体は、体積変化がないため $dv=0$ である。よって、比内部エネルギーおよび比エントロピーは下記ようになる。

$$du = c_d T \quad ds = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v} = c \frac{dT}{T}$$

閉じた系の比エクセルギー $de = -du + T_0 ds - p_0 dv$ に、上記の式を代入すると

$$de = -du + T_0 ds - p_0 dv = -cdT + T_0 c \frac{dT}{T}$$

これを状態 1 から状態 0 まで定積分すると

$$\begin{aligned} e &= \int_1^0 de = \int_1^0 (-cdT) + \int_1^0 T_0 c \frac{dT}{T} = -c \int_1^0 dT + cT_0 \int_1^0 \frac{dT}{T} = -c(T_0 - T_1) + cT_0 \ln \frac{T_0}{T_1} \\ &= -cT_0 + cT_1 + cT_0 \ln \frac{T_0}{T_1} = cT_0 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 + \ln \frac{T_0}{T_1} \right) = cT_0 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 - \ln \frac{T_1}{T_0} \right) \end{aligned}$$

問題 8

問 7 で得られた比エクセルギーである、下記の式から求める。

$$e = cT_0 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 - \ln \frac{T_1}{T_0} \right)$$

ここで、初期温度および周囲の温度は

$$T_1 = 100 + 273 = 373.15 \text{ K}$$

$$T_0 = 25 + 273 = 298.15 \text{ K}$$

である。よって、鉄の場合は

$$e = c_i T_0 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 - \ln \frac{T_1}{T_0} \right) = 0.5 \times 298.15 \left(\frac{373.15}{298.15} - 1 - \ln \frac{373.15}{298.15} \right) = 4.05 \text{ kJ/kg}$$

アルミニウムの場合は

$$e = c_a T_0 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 - \ln \frac{T_1}{T_0} \right) = 0.9 \times 298.15 \left(\frac{373.15}{298.15} - 1 - \ln \frac{373.15}{298.15} \right) = 7.29 \text{ kJ/kg}$$

問題 9

閉じた系の比エクセルギー $de = -du + T_0 ds - p_0 dv$ の変数を圧力と温度にするために、以下に示す比内部エネルギーおよび比エントロピーを代入すると

$$du = c_v dT \quad ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}$$

$$de = -du + T_0 ds - p_0 dv = -c_v dT + T_0 \left(c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p} \right) - p_0 dv$$

これを状態 1 から状態 0 まで定積分すると

$$\begin{aligned} e &= \int_1^0 de = \int_1^0 (-c_v dT) + \int_1^0 c_p T_0 \frac{dT}{T} - \int_1^0 RT_0 \frac{dp}{p} - \int_1^0 p_0 dv \\ &= -c_v \int_1^0 dT + c_p T_0 \int_1^0 \frac{dT}{T} - RT_0 \int_1^0 \frac{dp}{p} - p_0 \int_1^0 dv \\ &= -c_v (T_0 - T_1) + c_p T_0 \ln \frac{T_0}{T_1} - RT_0 \ln \frac{p_0}{p_1} - p_0 (v_0 - v_1) \\ &= -c_v T_0 + c_v T_1 + c_p T_0 \ln \frac{T_0}{T_1} - RT_0 \ln \frac{p_0}{p_1} - p_0 (v_0 - v_1) \\ &= c_v T_0 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 + \frac{c_p}{c_v} \ln \frac{T_0}{T_1} \right) - RT_0 \ln \frac{p_0}{p_1} - p_0 v_0 + p_0 v_1 \end{aligned}$$

ここで、理想気体の状態方程式 $p_0 v_0 = RT_0$ を代入すると

$$e = c_v T_0 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 + \frac{c_p}{c_v} \ln \frac{T_0}{T_1} \right) - RT_0 \ln \frac{p_0}{p_1} - RT_0 + p_0 v_1$$

また、理想気体の状態方程式 $p_1 v_1 = RT_1$ を $v_1 = RT_1 / p_1$ と変形して代入すると

$$\begin{aligned} e &= c_v T_0 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 + \frac{c_p}{c_v} \ln \frac{T_0}{T_1} \right) - RT_0 \ln \frac{p_0}{p_1} - RT_0 + \frac{p_0 RT_1}{p_1} \\ e &= c_v T_0 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 + \frac{c_p}{c_v} \ln \frac{T_0}{T_1} \right) + \frac{p_0 RT_1}{p_1} - RT_0 - RT_0 \ln \frac{p_0}{p_1} \\ e &= c_v T_0 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 + \frac{c_p}{c_v} \ln \frac{T_0}{T_1} \right) + RT_0 \left(\frac{T_1 p_0}{T_0 p_1} - 1 - \ln \frac{p_0}{p_1} \right) \end{aligned}$$

比熱比 $\kappa = c_p / c_v$ から、

$$e = c_v T_0 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 + \kappa \ln \frac{T_0}{T_1} \right) + RT_0 \left(\frac{T_1 p_0}{T_0 p_1} - 1 - \ln \frac{p_0}{p_1} \right)$$

問題 10

この空気のガス定数 R と比熱比 κ は、マイヤーの関係から

$$R = c_p - c_v = 1.005 - 718 = 0.287 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = 1.4$$

また、作動流体の初期温度および周囲の温度は、それぞれ

$$T_1 = 1200 + 273.15 = 1473.15 \text{ K} \quad (1200^\circ\text{C} \text{ のとき})$$

$$T_1 = 600 + 273.15 = 873.15 \text{ K} \quad (600^\circ\text{C} \text{ のとき})$$

$$T_0 = 25 + 273.15 = 298.15 \text{ K}$$

である。

【温度 1200 °C，圧力 5 MPa の空気の場合】

$$\begin{aligned} e &= c_v T_0 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 - \kappa \ln \frac{T_1}{T_0} \right) + R T_0 \left(\frac{T_1 p_0}{T_0 p_1} - 1 - \ln \frac{p_0}{p_1} \right) \\ &= 0.718 \times 298.15 \left(\frac{1473.15}{298.15} - 1 - 1.4 \ln \frac{1473.15}{298.15} \right) \\ &\quad + 0.287 \times 298.15 \left(\frac{1473.15 \times 101.3 \times 10^3}{298.15 \times 5 \times 10^6} - 1 - \ln \frac{101.3 \times 10^3}{5 \times 10^6} \right) \\ &= 365.0 + 256.6 = 621.6 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

【温度 600 °C，圧力 300 kPa の場合】

$$\begin{aligned} e &= c_v T_0 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 - \kappa \ln \frac{T_1}{T_0} \right) + R T_0 \left(\frac{T_1 p_0}{T_0 p_1} - 1 - \ln \frac{p_0}{p_1} \right) \\ &= 0.718 \times 298.15 \left(\frac{873.15}{298.15} - 1 - 1.4 \ln \frac{873.15}{298.15} \right) \\ &\quad + 0.287 \times 298.15 \left(\frac{873.15 \times 101.3 \times 10^3}{298.15 \times 300 \times 10^3} - 1 - \ln \frac{101.3 \times 10^3}{300 \times 10^3} \right) \\ &= 90.8 + 92.0 = 182.8 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

問題 11

比エンタルピーと比エントロピーは下記の式で表される。

$$dh = c_p dT \quad ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}$$

これらを，閉じた系の比エクセルギー $de = -dh + T_0 ds$ に代入すると

$$de = -dh + T_0 ds = -c_p dT + T_0 \left(c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p} \right) = -c_p dT + c_p T_0 \frac{dT}{T} - R T_0 \frac{dp}{p}$$

これを状態 1 から状態 0 まで定積分すると

$$\begin{aligned} e &= \int_1^0 de = \int_1^0 (-c_p dT) + \int_1^0 c_p T_0 \frac{dT}{T} - \int_1^0 R T_0 \frac{dp}{p} = -c_p \int_1^0 dT + c_p T_0 \int_1^0 \frac{dT}{T} - R T_0 \int_1^0 \frac{dp}{p} \\ &= -c_p (T_0 - T_1) + c_p T_0 \ln \frac{T_0}{T_1} - R T_0 \ln \frac{p_0}{p_1} = -c_p T_0 + c_p T_1 + c_p T_0 \ln \frac{T_0}{T_1} - R T_0 \ln \frac{p_0}{p_1} \\ &= c_p T_0 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 + \ln \frac{T_0}{T_1} \right) - R T_0 \ln \frac{p_0}{p_1} = c_p T_0 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 - \ln \frac{T_1}{T_0} \right) + R T_0 \ln \frac{p_1}{p_0} \end{aligned}$$

よって

$$\therefore e = c_p T_0 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 - \ln \frac{T_1}{T_0} \right) + R T_0 \ln \frac{p_1}{p_0}$$

問題 12

開いた系で得られる比エクセルギーは

$$e = c_p T_0 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 - \ln \frac{T_1}{T_0} \right) + R T_0 \ln \frac{p_1}{p_0}$$

より求める。ここで、作動流体の初期温度および周囲の温度は、それぞれ

$$T_1 = 1200 + 273.15 = 1473.15 \text{ K} \quad (1200^\circ\text{C} \text{ のとき})$$

$$T_1 = 600 + 273.15 = 873.15 \text{ K} \quad (600^\circ\text{C} \text{ のとき})$$

$$T_0 = 25 + 273.15 = 298.15 \text{ K}$$

【温度 1200 °C，圧力 5 MPa の空気の場合】

$$\begin{aligned} e &= c_p T_0 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 - \ln \frac{T_1}{T_0} \right) + R T_0 \ln \frac{p_1}{p_0} \\ &= 1.005 \times (298.15) \left(\frac{1473.15}{298.15} - 1 - \ln \frac{1473.15}{298.15} \right) \\ &\quad + 0.287 \times 298.15 \ln \frac{5 \times 10^6}{101.3 \times 10^3} = 1035.8 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

【温度 600 °C，圧力 300 kPa の空気の場合】

$$\begin{aligned} e &= c_p T_0 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 - \ln \frac{T_1}{T_0} \right) + R T_0 \ln \frac{p_1}{p_0} \\ &= 1.005 \times (298.15) \left(\frac{873.15}{298.15} - 1 - \ln \frac{873.15}{298.15} \right) + 0.287 \times 298.15 \ln \frac{300 \times 10^3}{101.3 \times 10^3} = 348.8 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

問題 13

エクセルギー損失は

$$\Delta E = T_0 \Delta S = (25 + 273.15) \times 10 = 2981.5 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) = 2.98 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

であるので、エクセルギー効率 ε は

$$\varepsilon = 1 - \frac{\Delta E}{E} = 1 - \frac{2.98}{100} = 0.970 = 97.0 \%$$

第6章**基本問題****問題 1**

$$(1) \quad \eta_{tho} = 1 - \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)^{\kappa-1} = 1 - \left(\frac{1}{14} \right)^{1.4-1} = 0.652 \quad (65.2 \%)$$

$$(2) \eta_{tho} = \frac{L}{q_1} \text{なので } L = q_1 \eta_{tho} = 0.652 \times 1000 = 652 \text{ kJ/kg}$$

$$(3) p_m = \frac{L}{V_2 - V_1}$$

$$p_1 V_1 = mRT_1 \text{ より, } V_1 = \frac{mRT_1}{p_1} = \frac{287 \times 300}{100 \times 10^3} = 0.861 \text{ m}^3$$

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2} = 14 \text{ なので, } V_2 = \frac{V_1}{14} = 0.0615 \text{ m}^3$$

$$p_m = \frac{L}{V_2 - V_1} = \frac{652 \times 10^3}{0.861 - 0.0615} = 816 \times 10^3 \text{ Pa} = 816 \text{ kPa}$$

問題 2

$$(1) \eta_{thd} = 1 - \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)^{\kappa-1} \left[\frac{\beta^\kappa - 1}{\kappa(\beta - 1)} \right]$$

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \text{ なので, } \beta = \frac{V_3}{V_2} = \frac{T_3}{T_2} \text{ である. よって, } T_2 \text{ と } T_3 \text{ を求める.}$$

$$T_2 = T_1 \varepsilon^{\kappa-1} = 300 \times 14^{1.4-1} = 862 \text{ K}$$

$$q_1 = c_p (T_3 - T_2) \text{ なので}$$

$$T_3 = T_2 + \frac{q_1}{c_p} = T_1 \varepsilon^{\kappa-1} + \frac{q_1}{c_p} = 300 \times 14^{1.4-1} + \frac{1000 \times 10^3}{1005} = 1857 \text{ K}$$

$$\text{よって, } \beta = \frac{T_3}{T_2} = \frac{1857}{862} = 2.15$$

$$\therefore \eta_{thd} = 1 - \left(\frac{1}{14} \right)^{1.4-1} \times \left[\frac{2.15^{1.4} - 1}{1.4 \times (2.15 - 1)} \right] = 0.585 \text{ (58.5 \%)}$$

$$(2) L = q_1 \eta_{thd} = 1000 \times 0.585 = 585 \text{ kJ/kg}$$

$$(3) V_1 \text{ と } V_2 \text{ は, 問題 1 と同じなので, 算出済みである.}$$

$$p_m = \frac{L}{V_2 - V_1} = \frac{585 \times 10^3}{0.861 - 0.0615} = 732 \times 10^3 \text{ Pa} = 732 \text{ kPa}$$

問題 3

$$(1) q_1 = c_p (T_3 - T_2) \text{ なので, } T_2 \text{ を算出すればよい.}$$

$$\frac{T_1}{p_1^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} = \frac{T_2}{p_2^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \text{ なので } T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = T_1 \rho_r^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 300 \times \left(\frac{1.0}{0.1} \right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 579 \text{ K}$$

$$\therefore q_1 = 1005 \times (1773 - 579) = 1200 \text{ kJ/kg}$$

$$(2) \quad L = q_1 \eta_{thb} = q_1 \times \left[1 - \left(\frac{1}{\rho_r} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] = 1200 \times \left[1 - \left(\frac{1}{10} \right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} \right] = 1200 \times 0.482 = 578 \text{ kJ/kg}$$

$$(3) \quad (2) \text{ で求めた通り, } \eta_{thb} = 1 - \left(\frac{1}{\rho_r} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 0.482 \text{ (48.2 \%)}$$

$$(4) \quad L = q_1 - q_2 \text{ なので, } q_2 = q_1 - L = 622 \text{ kJ/kg}$$

発展問題

問題 4

$$(1) \quad q_1 = c_p (T_3 - T_5) = c_p (T_3 - T_4) \quad (\text{図 6.14 参照})$$

$$\frac{T_3}{p_3^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} = \frac{T_4}{p_4^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \text{ なので, } T_4 = T_3 \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 1773 \times \left(\frac{1}{10} \right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 918 \text{ K}$$

$$\therefore q_1 = 1005 \times (1773 - 918) = 859 \text{ kJ/kg}$$

$$(2) \quad q_2 = c_p (T_6 - T_1) = c_p (T_2 - T_1) \quad (\text{図 6.14 参照})$$

$$T_2 = T_1 \rho_r^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 300 \times 10^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 579 \text{ K}$$

$$\therefore q_2 = 1005 \times (579 - 300) = 280 \text{ kJ/kg}$$

$$(3) \quad \eta_{thBr} = 1 - \frac{p_r^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}{\sigma} = 1 - \frac{T_1}{T_3} \rho_r^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 1 - \frac{300}{1773} \times 10^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 0.673 \text{ (67.3 \%)}$$

問題 5

$$(1) \quad p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa \quad p_2 = p_1 \epsilon^\kappa = 200 \times 15^{1.4} = 8.86 \text{ MPa}$$

$$\alpha = \frac{p_3}{p_2} \text{ なので, } p_3 = \alpha p_2 = 2.5 \times 8.86 = 22.1 \text{ MPa}$$

$$(2) \quad T_2 = T_1 \epsilon^{\kappa-1}$$

$$\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3} \text{ なので, } T_3 = T_2 \frac{p_3}{p_2} = T_2 \alpha$$

$$\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_3'}{T_3'} \text{ なので, } T_3' = T_3 \left(\frac{V_3'}{V_3} \right) = T_3 \beta$$

$$\therefore T_{\max} = T_3 = T_3 \beta = T_2 \alpha \beta = T_1 \epsilon^{\kappa-1} \alpha \beta = (70 + 273) \times 15^{1.4-1} \times 2.5 \times 1.5 = 3800 \text{ K}$$

$$(3) \quad \eta_{ths} = 1 - \left(\frac{1}{\epsilon} \right)^{\kappa-1} \left[\frac{\alpha \beta^\kappa - 1}{(\alpha - 1) + \kappa \alpha (\beta - 1)} \right] = 1 - \left(\frac{1}{15} \right)^{1.4-1} \times \left[\frac{2.5 \times 1.5^{1.4} - 1}{(2.5 - 1) + 1.4 \times 2.5 \times (1.5 - 1)} \right]$$

$$= 0.645 \text{ (64.5 \%)}$$

第7章

基本問題

問題 1

(1) 圧縮の工業仕事を求めればよい。

(a) 等温圧縮 ($pV = \text{一定}$) の場合, $pV = p_1V_1 = p_2V_2 = mRT_1$ である。

$$L_t = - \int_1^2 V dp = -mRT_1 \int_1^2 \frac{dp}{p} = -mRT_1 \ln \frac{p_2}{p_1} = mRT_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$$

ここで, 式 (7.1) を用い, 運動エネルギーの項を無視する。前述したように, 圧縮仕事は気体を圧縮するために外界より系に仕事を与えるので負の値となるが, 本章では圧縮仕事を主体に考えるので, 正の値として取り扱うこととする。

$$L_t = mRT_1 \ln \frac{p_1}{p_2} = 5 \times 287 \times (15 + 273) \times \ln \frac{0.5 \times 10^6}{0.1 \times 10^6} = 655 \text{ kJ}$$

(b) 断熱圧縮 ($pV^\kappa = \text{一定}$) の場合 $dQ = 0$ なので, $dQ = dH + dL_t$ より

$$dL_t = -dH = -mc_p dT$$

となる。

$$L_t = - \int_1^2 mc_p dT = -mc_p (T_2 - T_1) = mc_p (T_1 - T_2)$$

ここで, 式 (7.2) を用いて, 運動エネルギーの項を無視する。また, 上問 (a) と同様に, 正の値として取り扱うこととする。

$$\begin{aligned} L_{ad} &= m(h_2 - h_1) = mc_p (T_2 - T_1) = \frac{\kappa}{\kappa - 1} mRT_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right] \\ &= \frac{1.4}{1.4 - 1} \times 5 \times 287 \times (15 + 273) \times \left[\left(\frac{0.5 \times 10^6}{0.1 \times 10^6} \right)^{\frac{1.4 - 1}{1.4}} - 1 \right] = 844 \text{ kJ} \end{aligned}$$

(c) ポリトロブ圧縮 ($pV^n = \text{一定}$, $n = 1.35$)

式 (7.3) を用いて, 運動エネルギーの項を無視する。また, 上問 (a) と同様に, 正の値として取り扱うこととする。

$$\begin{aligned} L_n &= \frac{n}{n - 1} mRT_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n - 1}{n}} - 1 \right] = \frac{1.35}{1.35 - 1} \times 5 \times 287 \times (15 + 273) \times \left[\left(\frac{0.5 \times 10^6}{0.1 \times 10^6} \right)^{\frac{1.35 - 1}{1.35}} - 1 \right] \\ &= 825 \text{ kJ} \end{aligned}$$

(2) (a) 等温圧縮なので, $T_1 = T_2$ で同値となり, $T_2 = 288 \text{ K}$ となる。

(b) 断熱変化なので, $\frac{T_1}{p_1^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}}} = \frac{T_2}{p_2^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}}}$ より

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} = (15 + 273) \times \left(\frac{0.5 \times 10^6}{0.1 \times 10^6} \right)^{\frac{1.4 - 1}{1.4}} = 456 \text{ K}$$

- (c) ポリトロープ変化なので, $\frac{T_1}{p_1^{\frac{n-1}{n}}} = \frac{T_2}{p_2^{\frac{n-1}{n}}}$ より

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} = (15 + 273) \times \left(\frac{0.5 \times 10^6}{0.1 \times 10^6} \right)^{\frac{1.35-1}{1.35}} = 437 \text{ K}$$

- (3) (a) 等温圧縮の場合

$dQ = dH + dL_t = mc_p dT + dL_t$ より, 等温変化なので, $dQ = dL_t$ となる. よって, 上問 (1) の (a) より, $Q = L_t = 655 \text{ kJ}$ 放熱することで等温となる.

- (b) 断熱の場合

$$dQ = 0$$

- (c) ポリトロープ変化の場合

$$dQ = dH + dL_t = mc_p dT + dL_t \text{ より}$$

$$\begin{aligned} Q &= \int_1^2 dH + \int_1^2 dL_t = mc_p (T_2 - T_1) + L_t = m \frac{\kappa R}{\kappa - 1} (T_2 - T_1) + L_n \\ &= 5 \times \frac{1.4 \times 287}{1.4 - 1} \times (437 - 288) - 825 \times 10^3 = 748 \times 10^3 - 825 \times 10^3 = -77 \text{ kJ} \end{aligned}$$

よって, 77 kJ の放熱量となる.

問題 2

- (a) 等温圧縮の場合, 式 (7.1) を用いて, 運動エネルギーの項を無視する.

$$L_t = \dot{m} R T_1 \ln \frac{p_2}{p_1} = \frac{15}{60} \times 287 \times (15 + 273) \times \ln \frac{0.5 \times 10^6}{0.1 \times 10^6} = 33.3 \text{ kW}$$

- (b) 断熱変化の場合, 式 (7.2) を用いて, 運動エネルギーの項を無視する.

$$\begin{aligned} L_{ad} &= \dot{m} (h_2 - h_1) = \dot{m} c_p (T_2 - T_1) = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \dot{m} R T_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right] \\ &= \frac{1.4}{1.4 - 1} \times \frac{15}{60} \times 287 \times (15 + 273) \times \left[\left(\frac{0.5 \times 10^6}{0.1 \times 10^6} \right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} - 1 \right] = 42.2 \text{ kW} \end{aligned}$$

- (c) ポリトロープ変化の場合, 式 (7.3) を用いて, 運動エネルギーの項を無視する.

$$\begin{aligned} L_n &= \frac{n}{n-1} \dot{m} R T_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] = \frac{1.3}{1.3-1} \times \frac{15}{60} \times 287 \times (15 + 273) \times \left[\left(\frac{0.5 \times 10^6}{0.1 \times 10^6} \right)^{\frac{1.3-1}{1.3}} - 1 \right] \\ &= 40.3 \text{ kW} \end{aligned}$$

問題 3

すきまのある圧縮機の圧縮仕事の式 (7.8) を用いる, ここで, $V_1 - V_4$ は吸込容積を表す.

$$\begin{aligned} L &= \frac{n}{n-1} p_1 (V_1 - V_4) \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \\ &= \frac{1.3}{1.3-1} \times 0.1 \times 10^6 \times \frac{5}{60} \times \left[\left(\frac{0.5 \times 10^6}{0.1 \times 10^6} \right)^{\frac{1.3-1}{1.3}} - 1 \right] = 16.2 \text{ kW} \end{aligned}$$

問題 4

容積効率は式 (7.6) より

$$\eta_v = \frac{V_i}{V_s} = 1 - \varepsilon_0 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right] = 1 - 0.06 \times \left[\left(\frac{0.6 \times 10^6}{0.1 \times 10^6} \right)^{\frac{1}{1.3}} - 1 \right] = 0.822$$

すきまのある圧縮機のポリトロプの圧縮仕事の式 (7.8) より

$$\begin{aligned} L &= \eta_v \frac{n}{n-1} p_1 V_s \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \\ &= 0.822 \times \frac{1.3}{1.3-1} \times 0.1 \times 10^6 \times 1 \times 10^{-3} \times \left[\left(\frac{0.6 \times 10^6}{0.1 \times 10^6} \right)^{\frac{1.3-1}{1.3}} - 1 \right] = 0.182 \text{ kJ} \end{aligned}$$

問題 5

すきまのある圧縮機で圧力比を高くしていくと, 吸込容積が減少するため, 容積効率が低下し, 最終的に吸込みを行うことができず, $\eta_v = 0$ となる. このときの圧力比は式 (7.7) より

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{1}{\varepsilon_0} + 1 \right)^n$$

となる.

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{1}{\varepsilon_0} + 1 \right)^n = \left(\frac{1}{0.05} + 1 \right)^{1.3} = 52.3$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{1}{\varepsilon_0} + 1 \right)^n = \left(\frac{1}{0.04} + 1 \right)^{1.3} = 69.1$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{1}{\varepsilon_0} + 1 \right)^n = \left(\frac{1}{0.03} + 1 \right)^{1.3} = 99.2$$

問題 6

すきまのない圧縮機で 1 段断熱圧縮と 2 段断熱圧縮の圧縮仕事を求める.

1 段圧縮の場合は, 式 (7.3) の運動エネルギーを無視した場合で, $n = 1.4$ として求めると

$$L_1 = \frac{n}{n-1} m R T_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$$

2 段圧縮の場合は、式 (7.11) より

$$L_2 = \frac{2n}{n-1} mRT_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{2n}} - 1 \right]$$

両者の比を取り、 $n=1.4$ として断熱圧縮の場合を求めると

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1}{\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{2n}} - 1} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{2n}} + 1 \right] = \frac{1}{2} [(10^{\frac{1.4-1}{2 \times 1.4}}) + 1] = 1.19$$

発展問題

問題 7

圧縮始めの容積を V_1 , 吸入始めの容積を V_4 , 行程容積を V_s とする. また, 上死点でのすきま容積を V_3 とすると, すきま比は $\varepsilon_0 = \frac{V_3}{V_s}$ となる.

$$\begin{aligned} \eta_v &= \frac{V_1 - V_4}{V_s} = \frac{V_s(1 + \varepsilon_0) - V_4}{V_s} = 1 + \varepsilon_0 - \frac{V_4}{V_s} = 1 + \varepsilon_0 - \varepsilon_0 \frac{V_4}{V_3} = 1 + \varepsilon_0 - \varepsilon_0 \left(\frac{p_3}{p_4} \right)^{\frac{1}{n}} \\ &= 1 - \varepsilon_0 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right] \end{aligned}$$

問題 8

2 段圧縮の式 (7.9) をもとにして, 3 段圧縮の圧縮仕事の式は次のようになる.

$$L = \frac{n}{n-1} mRT_1 \left[\left(\frac{p_a}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} + \left(\frac{p_b}{p_a} \right)^{\frac{n-1}{n}} + \left(\frac{p_3}{p_b} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 3 \right]$$

L を最小にするには, 大括弧内を最小にすればよい. ここで, p_a と p_b について偏微分して, それぞれ 0 とすると, L の最小値が求められる. $N = n - 1/n$ とすると

$$\frac{\partial [\]}{\partial p_a} = 0 \text{ より, } \frac{N p_a^{N-1}}{p_1^N} - \frac{N p_b^N}{p_a^{N+1}} = 0 \quad \therefore p_a^2 = p_1 p_b \quad (\text{A8.1})$$

$$\frac{\partial [\]}{\partial p_b} = 0 \text{ より, } \frac{N p_a^{N-1}}{p_a} - \frac{N p_3^N}{p_b^{N+1}} = 0 \quad \therefore p_b^2 = p_a p_3 \quad (\text{A8.2})$$

両式より

$$\text{式 (A8.1) より } p_b = \frac{p_a^2}{p_1} \text{ 式 (A8.2) に代入して, } p_a^3 = p_1^2 p_3, \text{ 両辺を } p_1^3 \text{ で割る. } \therefore \frac{p_a}{p_1} = \left(\frac{p_3}{p_1} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{式 (A8.2) より } p_a = \frac{p_b^2}{p_2} \text{ 式 (A8.1) に代入して, } p_b^3 = p_1 p_3^2, \text{ 両辺に } p_3^3 \text{ をかける. } \therefore \frac{p_3}{p_b} = \left(\frac{p_3}{p_1} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{また両式より, } \left(\frac{p_b}{p_a} \right)^3 = \frac{p_1 p_3^2}{p_1^2 p_3} \quad \therefore \frac{p_b}{p_a} = \left(\frac{p_3}{p_1} \right)^{\frac{1}{3}}$$

問題 9

(1) 圧縮仕事

(a) 1 段の場合

$$\begin{aligned} L &= \frac{n}{n-1} mRT_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \\ &= \frac{1.4}{1.4-1} \times 10 \times 287 \times 293 \times \left[\left(\frac{3 \times 10^6}{0.1 \times 10^6} \right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} - 1 \right] = 4.83 \text{ MJ} \end{aligned}$$

(b) 2 段の場合

$$\begin{aligned} L &= \frac{2n}{n-1} mRT_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{2n}} - 1 \right] \\ &= \frac{2 \times 1.4}{1.4-1} \times 10 \times 287 \times 293 \times \left[\left(\frac{3 \times 10^6}{0.1 \times 10^6} \right)^{\frac{1.4-1}{2 \times 1.4}} - 1 \right] = 3.68 \text{ MJ} \end{aligned}$$

(c) 3 段の場合

$$\begin{aligned} L &= \frac{3n}{n-1} mRT_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{3n}} - 1 \right] \\ &= \frac{3 \times 1.4}{1.4-1} \times 10 \times 287 \times 293 \times \left[\left(\frac{3 \times 10^6}{0.1 \times 10^6} \right)^{\frac{1.4-1}{3 \times 1.4}} - 1 \right] = 3.38 \text{ MJ} \end{aligned}$$

(2) 圧力比

(a) 2 段の場合

$$\frac{p_a}{p_1} = \frac{p_2}{p_a} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{3 \times 10^6}{0.1 \times 10^6} \right)^{\frac{1}{2}} = 5.48$$

(b) 3 段の場合

$$\frac{p_a}{p_1} = \frac{p_b}{p_a} = \frac{p_2}{p_b} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{3 \times 10^6}{0.1 \times 10^6} \right)^{\frac{1}{3}} = 3.11$$

(3) 格段の圧縮後の温度

(a) 1 段の場合

$$\begin{aligned} \text{断熱の関係より } \frac{T_1}{p_1^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} &= \frac{T_2}{p_2^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \text{ となるので} \\ T_2 &= T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 293 \times \left(\frac{3 \times 10^6}{0.1 \times 10^6} \right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 774 \text{ K} \end{aligned}$$

(b) 2 段の場合

$$T_a = T_1 \left(\frac{p_a}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 293 \times 5.48^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 476 \text{ K}$$

(c) 3 段の場合

$$T_a = T_1 \left(\frac{p_a}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 293 \times 3.11^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 405 \text{ K}$$

(4) 中間冷却で初期温度に戻す場合の放熱量

(a) 2 段の場合, 中間冷却時は圧力一定と考えて

$$Q = mc_p(T_a - T_1) = 10 \times 1.005 \times (476 - 293) = 1.84 \text{ MJ}$$

(b) 3 段の場合

$$Q = mc_p(T_a - T_1) = 10 \times 1.005 \times (405 - 293) = 1.13 \text{ MJ}$$

第8章

基本問題

問題 1

水の飽和表 (温度基準) より, 50°C における飽和液体比体積と飽和蒸気比体積はそれぞれ $12.027 \text{ m}^3/\text{kg}$ と $0.0010121 \text{ m}^3/\text{kg}$ である.

式 (8.4) に各比体積の値を代入して求めると, 以下のとおりとなる.

$$x = \frac{v - v'}{v'' - v'} = \frac{10.0 - 0.0010121}{12.027 - 0.0010121} = 0.831$$

$$x = 0.831$$

比エンタルピー h と比エントロピー s はそれぞれ

$$h = xh'' + (1-x)h' = h' + x(h'' - h')$$

$$s = xs'' + (1-x)s' = s' + x(s'' - s')$$

と表せるので, 飽和表より

$$h' = 209.34 \text{ kJ/kg}, \quad h'' = 2591.3 \text{ kJ/kg}$$

$$s' = 0.70381 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}), \quad s'' = 8.0748 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$$

であるから,

$$h = 209.34 + 0.831(2591.3 - 209.34) = 2189 \text{ kJ/kg}$$

$$s = 0.70381 + 0.831(8.0748 - 0.70381) = 6.83 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$$

問題 2

解説

タービン入口の条件から蒸気表を用いると, タービン入口の過熱蒸気 5 の比エントロピーと比エンタルピーは $s_5 = 6.2110 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, $h_5 = 2925.7 \text{ kJ/kg}$ であることがわかる. タービンでは断熱膨張のため, 等エントロピー変化となるので, タービン出口の湿り蒸気 6 の比エント

ロビーは過熱蒸気5のそれと等しくなり、 $s_6 = s_5 = 6.2110 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ である。また、湿り蒸気6の飽和蒸気圧力は、復水器の圧力と等しくなるため、蒸気表より飽和蒸気圧力が0.02 MPaの飽和液と飽和蒸気の比エントロピーはそれぞれ、 $s' = 0.83202 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, $s'' = 7.9072 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ であるから、式(8.4)を用いて乾き度 x を求め

$$x = \frac{s_6 - s'}{s'' - s'} = \frac{6.2110 - 0.83202}{7.9072 - 0.83202} = 0.760$$

となる。この乾き度を用いて湿り蒸気6の比エンタルピーを求めるため、飽和蒸気圧力が0.02 MPaの飽和液と飽和蒸気の比エンタルピーを蒸気表から求めると、それぞれ、 $h' = 251.42 \text{ kJ}/\text{kg}$, $h'' = 2608.9 \text{ kJ}/\text{kg}$ であるので、式(8.3)より

$$h_6 = xh'' + (1-x)h' = h' + x(h'' - h') = 251.42 + 0.760 \times (2608.9 - 251.42) = 2043.1 \text{ kJ}/\text{kg}$$

となる。また、このときの飽和液における比エンタルピーは h_1 であるので、 $h_1 = h' = 251.42 \text{ kJ}/\text{kg}$ である。

受熱量 q_1 は、式(8.10)よりポンプ動力は0として

$$q_1 = h_5 - h_2 = h_5 - h_1 - w_p = 2925.7 - 251.42 - 0 = 2674.3 \text{ kJ}/\text{kg}$$

と求められる。

タービンで得られる仕事 w_t は、式(8.8)より

$$w_t = h_5 - h_6 = 2925.7 - 2043.1 = 882.6 \text{ kJ}/\text{kg}$$

と求められる。

熱効率 η は、ポンプ仕事を無視し、タービン仕事为正味の仕事となるので、以下のとおりとなる。

$$\eta = \frac{w}{q_1} = \frac{882.6}{2674.3} = 0.330$$

解答

(1) 0.760 (2) 2674.3 kJ/kg (3) 882.6 kJ/kg (4) 0.330

発展問題

問題 3

水の飽和表(温度基準)より、 40°C と 50°C における飽和液体比体積と飽和蒸気比体積はそれぞれ $19.515 \text{ m}^3/\text{kg}$ と $0.0010079 \text{ m}^3/\text{kg}$, $12.027 \text{ m}^3/\text{kg}$ と $0.0010121 \text{ m}^3/\text{kg}$ であるので、 49°C の飽和液体比体積と飽和蒸気比体積は

$$v' = \frac{0.0010121 - 0.0010079}{50 - 40} \times (49 - 40) + 0.0010079 = 0.0010117 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$v'' = \frac{12.027 - 19.515}{50 - 40} \times (49 - 40) + 19.515 = 12.776 \text{ m}^3/\text{kg}$$

式(8.4)に各比体積の値を代入して求めると、以下のとおりとなる。

$$x = \frac{v - v'}{v'' - v'} = \frac{10.0 - 0.0010117}{12.776 - 0.0010117} = 0.783$$

このときの比エンタルピを求めるために、水の飽和表（温度基準）より、40℃と50℃における飽和液体の比エンタルピと飽和蒸気の比エンタルピはそれぞれ 167.53 kJ/kg と 2573.5 kJ/kg、209.34 kJ/kg と 2591.3 kJ/kg であるので、49℃の飽和蒸気の比エンタルピと飽和液体の比エンタルピは

$$h' = \frac{209.34 - 167.53}{50 - 40} (49 - 40) + 167.53 \div 205.16 \text{ kJ/kg}$$

$$h'' = \frac{2591.3 - 2573.5}{50 - 40} (49 - 40) + 2573.5 \div 2589.5 \text{ kJ/kg}$$

となるので

$$h = xh'' + (1-x)h' = 0.783 \times 2589.5 + (1 - 0.783) \times 205.16 \div 2072.1 \text{ kJ/kg}$$

となる。

このときの比エントロピを求めるために、水の飽和表（温度基準）より、40℃と50℃における飽和液体の比エントロピと飽和蒸気の比エントロピはそれぞれ 0.57240 kJ/(kg·K) と 8.2555 kJ/(kg·K)、0.70381 kJ/(kg·K) と 8.0748 kJ/(kg·K) であるので、49℃の飽和蒸気の比エンタルピと飽和液体の比エンタルピは

$$s' = \frac{0.70381 - 0.57240}{50 - 40} (49 - 40) + 0.57240 \div 0.69067 \text{ kJ/(kg·K)}$$

$$s'' = \frac{8.0748 - 8.2555}{50 - 40} (49 - 40) + 8.2555 \div 8.0929 \text{ kJ/(kg·K)}$$

となるので

$$s = xs'' + (1-x)s' = 0.783 \times 8.0929 + (1 - 0.783) \times 0.69067 \div 6.4866 \text{ kJ/(kg·K)}$$

となる。

問題 4

解説

タービン入口の条件から蒸気表を用いると、タービン入口の過熱蒸気 5 の比エントロピーと比エンタルピーは $s_5 = 6.2110 \text{ kJ/(kg·K)}$ 、 $h_5 = 2925.7 \text{ kJ/kg}$ であることがわかる。タービンでは断熱膨張のため、等エントロピー変化となるので、タービン出口の湿り蒸気 6 の比エントロピーは過熱蒸気 5 のそれと等しくなり、 $s_6 = s_5 = 6.2110 \text{ kJ/(kg·K)}$ である。また、湿り蒸気 6 の飽和蒸気圧力は、復水器の圧力と等しくなるため、蒸気表より飽和蒸気圧力が 0.02 MPa の飽和液と飽和蒸気の比エントロピーはそれぞれ、 $s' = 0.83202 \text{ kJ/(kg·K)}$ 、 $s'' = 7.9072 \text{ kJ/(kg·K)}$ であるから、式 (8.4) を用いて乾き度 x を求め

$$x = \frac{s_6 - s'}{s'' - s'} = \frac{6.2110 - 0.83202}{7.9072 - 0.83202} = 0.760$$

となる。この乾き度を用いて湿り蒸気 6 の比エンタルピーを求めるため、飽和蒸気圧力が 0.02 MPa の飽和液と飽和蒸気の比エンタルピーを蒸気表から求めると、それぞれ、 $h' = 251.42 \text{ kJ/kg}$ 、 $h'' = 2608.9 \text{ kJ/kg}$ であるので、式 (8.3) より

$$\begin{aligned} h_6 &= xh'' + (1-x)h' = h' + x(h'' - h') = 251.42 + 0.760 \times (2608.9 - 251.42) \\ &= 2043.1 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

となる。また、このときの飽和液における比エンタルピーは h_1 であるので、 $h_1 = h' = 251.42 \text{ kJ/kg}$ である。

タービンで得られる仕事 w_t は、式 (8.8) より

$$w_t = h_5 - h_6 = 2925.7 - 2043.1 = 882.6 \text{ kJ/kg}$$

と求められる。

給水ポンプで要する仕事 w_p は、工業仕事の式より

$$w_p = \int_1^2 v dp$$

で求められるが、液体であるために非圧縮と見なすと

$$w_p = v(p_2 - p_1)$$

とすることができるので、 v は 0.02 MPa の飽和液の比体積 $v' = 0.0010018 \text{ m}^3/\text{kg}$ を用いて

$$w_p = v(p_2 - p_1) = 0.0010018 [\text{m}^3/\text{kg}] (5 \times 10^6 - 0.02 \times 10^6) [\text{Pa}] = 5.0 \times 10^3 \text{ J} = 5.0 \text{ kJ/kg}$$

と求められる。

受熱量 q_1 は、式 (8.10) よりポンプ動力を考慮して

$$q_1 = h_5 - h_2 = h_5 - h_1 - w_p = 2925.7 - 251.42 - 5.0 = 2669.3 \text{ kJ/kg}$$

と求められる。よって、熱効率は以下のとおりとなる。

$$\eta = \frac{w_t - w_p}{q_1} = \frac{882.6 - 5.0}{2669.3} = 0.329$$

解答

- (1) 0.760 (2) 2669.3 kJ/kg (3) 882.6 kJ/kg
(4) 5.0 kJ/kg (5) 0.329

第9章

基本問題

問題 1

解説

R134a の p - h 線図 (p.239 付図⑤) より, 圧縮機入口の飽和蒸気 1 の比エンタルピーは $h_1 = 410 \text{ kJ/kg}$, 圧縮機出口の過熱蒸気 2 の比エンタルピーは $h_2 = 432 \text{ kJ/kg}$ であるから, 圧縮仕事 w_c は式 (9.3) より

$$w_c = h_2 - h_1 = 432 - 410 = 22 \text{ kJ/kg}$$

となり, 凝縮器出口の飽和液 3 における比エンタルピーは $h_3 = 287 \text{ kJ/kg}$ であるから放熱量 q_1 は式 (9.4) より

$$q_1 = h_2 - h_3 = 432 - 287 = 145 \text{ kJ/kg}$$

となる. したがって, 成績係数 COP_h は式 (9.7) より

$$\text{COP}_h = \frac{q_1}{w_c} = \frac{145}{22} = 6.6$$

となる.

解答

w_c : 22 kJ/kg, 放熱量 q_1 : 145 kJ/kg, COP_h : 6.6

発展問題

問題 2

w_c の比は, $\text{R134a} : \text{R32} : \text{CO}_2 = 14 : 21 : 20$ で, q_2 の比は, $\text{R134a} : \text{R32} : \text{CO}_2 = 172 : 389 : 175$ で, COP_c の比は, $\text{R134a} : \text{R32} : \text{CO}_2 = 12.3 : 18.5 : 8.8$ であり, R32 の性能が高いことがわかる. さらに, 凝縮温度における飽和蒸気圧の比は, $\text{R134a} : \text{R32} : \text{CO}_2 = 0.57 : 1.5 : 5.8$ であることから, R32 は R134a よりも作動圧力が高くなり, 機器の耐圧性が必要であることがわかる.

また, CO_2 は自然界に存在する物質なので, 地球温暖化係数は R134a や R32 よりも低い. 冷凍性能がやや劣り, 機器の高い耐圧性も必要であることがわかる.

R134a について, R134a の p - h 線図 (p.239 付図⑤) より, 圧縮機入口の飽和蒸気 1 の比エンタルピーは $h_1 = 400 \text{ kJ/kg}$, 圧縮機出口の過熱蒸気 2 の比エンタルピーは $h_2 = 414 \text{ kJ/kg}$ であるから, 圧縮仕事 w_c は式 (9.3) より

$$w_c = h_2 - h_1 = 414 - 400 = 14 \text{ kJ/kg}$$

となり, 蒸発器入口の湿り蒸気 4 は凝縮器出口の飽和液 3 における比エンタルピーと等しく $h_4 = h_3 = 228 \text{ kJ/kg}$ であるから吸熱量 q_2 は式 (9.5) より

$$q_2 = h_1 - h_4 = 400 - 228 = 172 \text{ kJ/kg}$$

となる。したがって、成績係数 COP_c は式 (9.6) より

$$\text{COP}_c = \frac{q_2}{w_c} = \frac{172}{14} = 12.3$$

となる。また、凝縮温度における飽和蒸気圧は 0.57 MPa である。

R32 について、R32 の $p-h$ 線図 (p.239 付図④) より、圧縮機入口の飽和蒸気 1 の比エンタルピーは $h_1 = 516 \text{ kJ/kg}$ 、圧縮機出口の過熱蒸気 2 の比エンタルピーは $h_2 = 537 \text{ kJ/kg}$ であるから、圧縮仕事 w_c は式 (9.3) より

$$w_c = h_2 - h_1 = 537 - 516 = 21 \text{ kJ/kg}$$

となる。蒸発器入口の湿り蒸気 4 は凝縮器出口の飽和液 3 における比エンタルピーと等しく $h_4 = h_3 = 238 \text{ kJ/kg}$ であるから吸熱量 q_2 は式 (9.5) より

$$q_2 = h_1 - h_4 = 516 - 127 = 389 \text{ kJ/kg}$$

となる。したがって、成績係数 COP_c は式 (9.6) より

$$\text{COP}_c = \frac{q_2}{w_c} = \frac{389}{21} = 18.5$$

となる。また、凝縮温度における飽和蒸気圧は 1.5 MPa である。

CO_2 について、 CO_2 の $p-h$ 線図 (p.240 付図⑥) より、圧縮機入口の飽和蒸気 1 の比エンタルピーは $h_1 = 430 \text{ kJ/kg}$ 、圧縮機出口の過熱蒸気 2 の比エンタルピーは $h_2 = 450 \text{ kJ/kg}$ であるから、圧縮仕事 w_c は式 (9.3) より

$$w_c = h_2 - h_1 = 450 - 430 = 20 \text{ kJ/kg}$$

となる。蒸発器入口の湿り蒸気 4 は凝縮器出口の飽和液 3 における比エンタルピーと等しく $h_4 = h_3 = 255 \text{ kJ/kg}$ であるから吸熱量 q_2 は式 (9.5) より

$$q_2 = h_1 - h_4 = 430 - 255 = 175 \text{ kJ/kg}$$

となる。したがって、成績係数 COP_c は式 (9.6) より

$$\text{COP}_c = \frac{q_2}{w_c} = \frac{175}{20} = 8.8$$

となる。また、凝縮温度における飽和蒸気圧は 5.8 MPa である。

第10章

基本問題

問題 1

混合気体の分圧の定義から、モル分率 r_i が分圧 p_i となる。よって、 $p_i = r_i = (v_i/v)$ であり、全圧は 101.3 kPa であるから

$$\text{酸素の分圧 } p_{iO} = \frac{V_{iO}}{V} p = 0.21 \times 101.3 = 21.27 \text{ kPa}$$

$$\text{窒素の分圧 } p_{iN} = \frac{V_{iN}}{V} p = 0.79 \times 101.3 = 80.03 \text{ kPa}$$

モル分率から、窒素のモル数 v_N は、

$$v_O : v_N = 105 : v_N = 0.21 : 0.79$$

$$\therefore v_N = 105 \div 0.21 \times 0.79 = 395 \text{ mol}$$

問題 2

閉じた系における混合温度は、以下の式を用いて求める。

$$\begin{aligned} T_m &= \frac{\sum_{i=1}^x c_{v_i} m_i T_i}{\sum_{i=1}^x c_{v_i} m_i} = \frac{c_{v_{H_2}} m_{H_2} T_{H_2} + c_{v_{He}} m_{He} T_{He}}{c_{v_{H_2}} m_{H_2} + c_{v_{He}} m_{He}} \\ &= \frac{10.12 \times 0.4 \times (273.15 + 50) + 3.16 \times 0.6 \times (273.15 + 30)}{10.12 \times 0.4 + 3.16 \times 0.6} = 316.8 \text{ K} = 43.6 \text{ }^\circ\text{C} \end{aligned}$$

問題 3

以下の式を用いて、混合気体の見かけのガス定数を求める。

$$R_m = \frac{1}{\sum_{i=1}^x \frac{r_i}{R_i}} = \sum_{i=1}^x g_i R_i$$

モル分率から求めると

$$R_m = \frac{1}{\sum_{i=1}^x \frac{r_i}{R_i}} = \frac{1}{\frac{0.21}{259.8} + \frac{0.79}{296.8}} = 288.2 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

質量分率から求めると

$$R_m = \sum_{i=1}^x g_i R_i = 0.23 \times 259.8 + 0.77 \times 296.8 = 288.3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

問題 4

式 (10.21) から次式が成り立つ.

$$v = \left(\frac{R_a}{R_w} + x \right) \frac{R_w T}{p}$$

ここに, 表 10.1 で与えられる物性値を代入すると, 以下のとおりとなる.

$$v = \left(\frac{R_a}{R_w} + x \right) \frac{R_w T}{p} = \left(\frac{0.287}{0.462} + x \right) \frac{0.462T}{101.3 \times 10^3} = 0.456(0.621 + x) \frac{T}{100}$$

問題 5

最初の状態の 0°C を基準とした全熱 H_1 は, 湿り空気の質量が 1.005 kg , 水蒸気質量が 0.005 kg であるので

$$H_1 = mh = m(c_p t + rx) = 1.005 \times (1.005 \times 16 + 2463.8 \times 0.005) = 28.5 \text{ kJ}$$

となる.

加熱加湿後の 0°C を基準とした全熱 H_2 は, 湿り空気の質量が 1.01 kg , 水蒸気質量が 0.01 kg であるので

$$H_2 = mh = m(c_p t + rx) = 1.01 \times (1.005 \times 26 + 2440.2 \times 0.01) = 51.04 \text{ kJ}$$

よって, この加熱加湿に必要な全熱は

$$H = H_2 - H_1 = 51.0 - 28.5 - 28.5 = 22.5 \text{ kJ}$$

となる.

問題 6

- (1) ①の状態の絶対湿度: $0.0175 \text{ kg/kg (AD)}$
- (2) ①の状態の湿球温度: 26°C
- (3) ①の状態の比エンタルピー: 80 kJ/kg (AD)
- (4) ②の状態の絶対湿度: $0.0146 \text{ kg/kg (AD)}$
- (5) ②の状態の比エンタルピー: 72 kJ/kg (AD)
- (6) ①→②で単位質量の湿り空気からの除湿量: $0.0175 - 0.0146 = 0.0029 \text{ kg/kg (AD)}$
- (7) ①→②で単位質量の湿り空気潜熱の変化: $80 - 72 = 8 \text{ kJ/kg (AD)}$
- (8) ③の状態は飽和しているため相対湿度: 100%
- (9) ③の状態の比エンタルピー: 55 kJ/kg (AD)
- (10) ②→③で単位質量の湿り空気が失った顕熱: $72 - 55 = 17 \text{ kJ/kg (AD)}$
- (11) ②→③の変化における顕熱比: 温度のみが変化しているので $\text{SHF} = 1$
- (12) ①→③の変化における顕熱比: 全熱が $80 - 55 = 25 \text{ kJ/kg (AD)}$ であるので,

$$\text{SHF} = \frac{17}{55} = 0.309$$

発展問題

問題 7

混合気体の定容比熱 c_v および定圧比熱 c_p は、以下の式によって求めることができる。

$$\text{定容比熱 } c_v = \sum_{i=1}^x g_i c_{vi} \text{ [kJ/(kg} \cdot \text{K)]}$$

$$\text{定圧比熱 } c_p = \sum_{i=1}^x g_i c_{pi} \text{ [kJ/(kg} \cdot \text{K)]}$$

よって、2種類の気体 A と B を混合気体の定容比熱および定圧比熱は

$$c_v = \sum_{i=1}^x g_i c_{vi} = g_A c_{vA} + g_B c_{vB} = \frac{m_A}{m_A + m_B} c_{vA} + \frac{m_B}{m_A + m_B} c_{vB} = \frac{m_A c_{vA} + m_B c_{vB}}{m_A + m_B} \text{ [kJ/(kg} \cdot \text{K)]}$$

$$c_p = \sum_{i=1}^x g_i c_{pi} = g_A c_{pA} + g_B c_{pB} = \frac{m_A}{m_A + m_B} c_{pA} + \frac{m_B}{m_A + m_B} c_{pB} = \frac{m_A c_{pA} + m_B c_{pB}}{m_A + m_B} \text{ [kJ/(kg} \cdot \text{K)]}$$

となる、したがって混合気体の比熱比 κ は以下のとおりとなる。

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{\frac{m_A c_{pA} + m_B c_{pB}}{m_A + m_B}}{\frac{m_A c_{vA} + m_B c_{vB}}{m_A + m_B}} = \frac{m_A c_{pA} + m_B c_{pB}}{m_A c_{vA} + m_B c_{vB}} \text{ [kJ/(kg} \cdot \text{K)]}$$

問題 8

●モル分率（体積分率）から見かけのガス定数 R_m を求める。

混合気体の見かけのガス定数 R_m を各気体のモル分率 $r_i = v_i/v$ から求める。

混合後の i 成分の温度は混合気体と等しく T_m 、圧力も混合気体と同一の p_m とすると、混合気体中の i 成分の体積は V_i となる。よって、混合気体中の i 成分の状態方程式は $m_i = p_m V_i / R_i T_m$ となる。

混合気体の質量 m は各成分の質量の和であるので

$$m = \sum_{i=1}^x m_i = \sum_{i=1}^x \frac{p_m V_i}{R_i T_m}$$

となる。ここで、圧力と温度は全ての気体で同じであるから

$$m = \frac{p_m}{T_m} \sum_{i=1}^x \frac{V_i}{R_i}$$

となる。ここで、混合気体中の各気体の温度と圧力は等しいので、モル分率と体積分率は等しく $r_i = v_i/v = V_i/V$ となることから $V_i = r_i V$ であるので

$$m = \frac{p_m}{T_m} \sum_{i=1}^x \frac{V_i}{R_i} = \frac{p_m}{T_m} \sum_{i=1}^x \frac{r_i V}{R_i}$$

となる。V は混合気体体積で i 成分に無関係なので

$$m = \frac{p_m V}{T_m} \sum_{i=1}^x \frac{r_i}{R_i}$$

となる。これを、混合気体の状態方程式 $R_m = p_m V / m T_m$ に代入すると

$$R_m = \frac{p_m V}{m T_m} = \frac{p_m V}{T_m \frac{p_m V}{T_m} \sum_{i=1}^x \frac{r_i}{R_i}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^x \frac{r_i}{R_i}} \quad \therefore R_m = \frac{1}{\sum_{i=1}^x \frac{r_i}{R_i}} [\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})]$$

●質量分率から見かけのガス定数 R_m を求める。

混合気体の見かけのガス定数 R_m を質量分率 $g_i = m_i / m$ によって求めるため、以下のように混合気体と各気体の状態を表す。

混合気体の状態方程式 $p_m V = m R_m T_m$

i 成分の状態方程式 $p_m V_i = m_i R_i T_m$

ここで、混合気体の体積 V は各気体の体積の和であるから、次式が成り立つ。

$$V = \sum_{i=1}^x V_i$$

混合気体の状態方程式 $p_m V = m R_m T_m$ と i 成分の状態方程式 $p_m V_i = m_i R_i T_m$ より、次式が成り立つ。

$$V = \frac{m R_m T_m}{p_m} = \sum_{i=1}^x V_i = \sum_{i=1}^x \frac{m_i R_i T_m}{p_m} = \frac{T_m}{p_m} \sum_{i=1}^x m_i R_i$$

よって

$$\frac{m R_m T_m}{p_m} = \frac{T_m}{p_m} \sum_{i=1}^x m_i R_i \quad \therefore m R_m = \sum_{i=1}^x m_i R_i$$

ここで、混合気体の質量 m は i 成分に無関係であるので

$$R_m = \sum_{i=1}^x \frac{m_i R_i}{m} = \sum_{i=1}^x \frac{m_i}{m} R_i$$

となり、質量分率は $g_i = m_i / m$ なので、次式が成り立つ。

$$R_m = \sum_{i=1}^x \frac{m_i}{m} R_i = \sum_{i=1}^x g_i R_i [\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})]$$

●モル分率（体積分率）から見かけの分子量 M を求める。

混合気体の見かけの分子量 M_m を各気体のモル分率 $r_i = v_i / v$ から求める。

混合気体のガス定数 R_m は、一般ガス定数 R_0 と見かけの分子量 M から $R_0 = R_m M$ となる。

よって

$$R_m = \frac{R_0}{M}$$

ここで、混合気体の見かけのガス定数量 R_m は、モル分率 $r_i = v_i / v$ を用いて

$$R_m = \frac{1}{\sum_{i=1}^x \frac{r_i}{R_i}}$$

と表わされるので

$$R_m = \frac{R_0}{M} = \frac{1}{\sum_{i=1}^x \frac{r_i}{R_i}}$$

i 成分のガス定数 R_i も一般ガス定数 R_0 と分子量 M_i から $R_0 = R_i M_i$ となる。よって

$$R_i = \frac{R_0}{M_i}$$

これを、混合気体の見かけのガス定数に代入すると

$$R_m = \frac{R_0}{M} = \frac{1}{\sum_{i=1}^x \frac{r_i}{R_i}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^x \frac{r_i}{\frac{R_0}{M_i}}} = \frac{1}{\frac{1}{R_0} \sum_{i=1}^x \frac{r_i}{\frac{1}{M_i}}} = \frac{R_0}{\sum_{i=1}^x M_i r_i}$$

$$\therefore \frac{R_0}{M} = \frac{R_0}{\sum_{i=1}^x M_i r_i} \Rightarrow \frac{1}{M} = \frac{1}{\sum_{i=1}^x M_i r_i} \Rightarrow M = \sum_{i=1}^x M_i r_i$$

●質量分率から見かけの分子量 M を求める。

混合気体の見かけの分子量 M は、混合気体の全モル数 ν と全体の質量 m から $M = m/\nu$ となり、よって次式が成り立つ。

$$\nu = \frac{m}{M}$$

i 成分の分子量 M_i は、 i 成分のモル数 ν_i と質量 m_i から

$$M_i = \frac{m_i}{\nu_i} \quad \therefore \nu_i = \frac{m_i}{M_i}$$

よって、混合気体の状態方程式は式 (i) となる。

$$p_m V_m = \nu R_0 T_m = \frac{m}{M} R_0 T_m \quad \therefore p_m = \frac{m}{V_m M} R_0 T_m \quad \cdots (i)$$

同様に、 i 成分の状態方程式は次式となる。

$$p_i V_m = \nu_i R_0 T_m = \frac{m_i}{M_i} R_0 T_m \quad \therefore p_i = \frac{m_i}{V_m M_i} R_0 T_m$$

ここで、混合気体の分圧の法則から式 (ii) が成り立つ。

$$p_m = \sum_{i=1}^x p_i = \sum_{i=1}^x \frac{m_i}{V_m M_i} R_0 T_m = \frac{R_0 T_m}{V_m} \sum_{i=1}^x \frac{m_i}{M_i} \quad \cdots (ii)$$

式 (i) と式 (ii) より

$$p_m = \frac{m}{V_m M} R_0 T_m = \frac{R_0 T_m}{V_m} \sum_{i=1}^x \frac{m_i}{M_i} \quad \therefore \frac{m}{M} = \sum_{i=1}^x \frac{m_i}{M_i}$$

ここで、両辺を m で割ると

$$\frac{1}{M} = \sum_{i=1}^x \frac{1}{m} \frac{m_i}{M_i} = \sum_{i=1}^x \frac{m_i}{m} \frac{1}{M_i}$$

ここで、質量分率 $g_i = m_i/m$ から次式が成り立つ、

$$\frac{1}{M} = \sum_{i=1}^x \frac{m_i}{m} \frac{1}{M_i} = \sum_{i=1}^x g_i \frac{1}{M_i} = \sum_{i=1}^x \frac{g_i}{M_i}$$

両辺を逆数にとると

$$M = \frac{1}{\sum_{i=1}^x \frac{g_i}{M_i}}$$

となる。

問題 9

絶対温度 x の定義式 (10.10) を変形すると

$$\begin{aligned} x &= \frac{R_a}{R_w} \frac{p_w}{p - p_w} \Rightarrow x(p - p_w) = \frac{R_a}{R_w} p_w \Rightarrow xp - xp_w = \frac{R_a}{R_w} p_w \Rightarrow \\ xp &= \frac{R_a}{R_w} p_w + xp_w \Rightarrow xp = \left(\frac{R_a}{R_w} + x \right) p_w \quad \therefore p_w = \frac{xp}{\left(\frac{R_a}{R_w} + x \right)} \end{aligned}$$

ここで、両辺を飽和水蒸気分圧 p_s で割ると相対湿度 ϕ となる。

$$\phi = \frac{p_w}{p_s} = \frac{xp}{\left(\frac{R_a}{R_w} + x \right) p_s} = \frac{x}{\left(\frac{R_a}{R_w} + x \right)} \frac{p}{p_s}$$

問題 10

乾球温度 25℃, 湿球温度 20℃ の湿り空気は、絶対湿度 0.0125 kg/kg (DA), 相対湿度 63%, 比容積 0.862 m³/kg である。変化後の湿り空気は相対湿度 58%, 比容積 0.878 m³/kg である。

初期状態の湿り空気の比エンタルピーは 57 kJ/kg (DA), 変化後は 68 kJ/kg (DA) であるので全熱は 68 - 57 = 11 kJ/kg (DA) である。この湿り空気の変化における単位質量の湿り空気の顕熱は 62 - 57 = 5 kJ/kg (DA), なお潜熱は 68 - 62 = 6 kJ/kg (DA) である。よって、顕熱比は $SHF = 5/11 = 0.455$ となる。

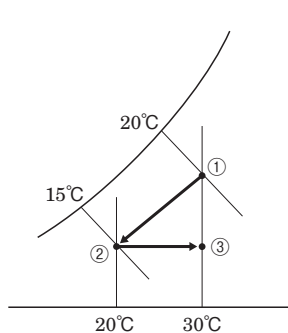
問題 11

絶対温度 0.010 kg/kg (DA) の飽和温度は 14℃ であるので、冷却除湿において 14℃ まで低下させる必要がある。乾球温度 30℃, 絶対湿度 0.015 kg/kg (DA) の湿り空気の比エンタルピー

ーは 67 kJ/kg (DA) 、 14°C 飽和状態の湿り空気の状態の比エンタルピーは 39 kJ/kg (DA) である。乾球温度 30°C 、絶対湿度 0.010 kg/kg (DA) の湿り空気の状態の比エンタルピーは 56 kJ/kg (DA) である。よって、湿り空気線図より、全熱は $67 - 39 = 28 \text{ kJ/kg (DA)}$ 、潜熱は $67 - 57 = 10 \text{ kJ/kg (DA)}$ 、顕熱は $57 - 39 = 18 \text{ kJ/kg (DA)}$ となる。

問題 12

(1) 湿り空気の状態①～③を湿り空気線図に線で示す。



湿り空気線図

(2) ①の状態の送風質量：①の状態の比容積が $v = 0.878 \text{ m}^3/\text{kg}$ であり、送風量 Q_v が毎時 100 m^3 であるので、送風質量 Q_m は

$$Q_m = \frac{Q_v}{v} = \frac{100}{0.878} = 118 \text{ kg/h}$$

(3) ②の状態の絶対湿度： $0.0085 \text{ kg/kg (DA)}$

(4) ②の状態の相対湿度：59 %

(5) ③の状態の比容積： 0.842 kg/m^3

(6) ①→②で単位質量の湿り空気から奪う除湿量：①の状態の絶対湿度 $0.0125 \text{ kg/kg (DA)}$ 、②の状態の絶対湿度 $0.0085 \text{ kg/kg (DA)}$ であるので $0.0125 - 0.0085 = 40 \text{ kg/kg (DA)}$

(7) ①→②での比エンタルピー変化量（全熱）：①の状態の比エンタルピー 57 kJ/kg (DA) 、②の状態の比エンタルピー 42 kJ/kg (DA) であるので、変化量は $57 - 42 = 15 \text{ kJ/kg (DA)}$

(8) ①→②での顕熱比：顕熱が $47 - 42 = 5 \text{ kJ/kg (DA)}$ であるので、顕熱比は $\text{SHF} = 5/15 = 0.333$

(9) ③の状態の相対湿度：44 %

(10) ②→③で単位質量の空気の加湿量：加熱のみで絶対湿度は変化しないので、 0 kg/kg (DA)

(11) ①→③での比エンタルピー変化量： $57 - 47 = 10 \text{ kJ/kg (DA)}$

第11章

基本問題

問題 1

空気では, $\kappa = 1.40$, $R = 287.0 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, ヘリウムでは, $\kappa = 1.66$, $R = 2077 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$,
 二酸化炭素では, $\kappa = 1.30$, $R = 188.9 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$

音速の式 (11.18) より

$$\text{空気} \quad a = \sqrt{\kappa R T} = \sqrt{1.40 \times 287.0 \times 303} = 349 \text{ m/s}$$

$$\text{ヘリウム} \quad a = \sqrt{\kappa R T} = \sqrt{1.66 \times 2077 \times 303} = 1022 \text{ m/s}$$

$$\text{二酸化炭素} \quad a = \sqrt{\kappa R T} = \sqrt{1.30 \times 188.9 \times 303} = 273 \text{ m/s}$$

問題 2

音速の式 (11.18) より

海拔 0 m では, $a = \sqrt{\kappa R T} = \sqrt{1.40 \times 287.0 \times (15 + 273)} = 340 \text{ m/s}$ となる.

$$\therefore a = \sqrt{\kappa \frac{p}{\rho}} = \sqrt{1.40 \times \frac{101.3 \times 10^3}{1.225}} = 340 \text{ m/s}$$

高度 10000 m では, $a = \sqrt{\kappa R T} = \sqrt{1.40 \times 287.0 \times (-50 + 273)} = 299 \text{ m/s}$ となる.

$$\therefore a = \sqrt{\kappa \frac{p}{\rho}} = \sqrt{1.40 \times \frac{26.5 \times 10^3}{0.414}} = 299 \text{ m/s}$$

問題 3

全温度の式 (11.15) より

$$T_0 = \frac{1}{2c_p} w^2 + T = \frac{1}{2 \times 1.00 \times 10^3} \times 200^2 + (800 + 273) = 20 + 1073 = 1093 \text{ K}$$

全圧力の式より (11.17) より

$$\begin{aligned} p_0 &= p \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2\kappa} \frac{w^2}{p v} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} = p \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2\kappa} \frac{w^2}{R T} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \\ &= 600 \times \left(1 + \frac{1.35 - 1}{2 \times 1.35} \times \frac{200^2}{287 \times (800 + 273)} \right)^{\frac{1.35}{1.35 - 1}} = 640 \text{ kPa} \end{aligned}$$

問題 4

全温度の式 (11.15) より

$$T_0 = \frac{1}{2c_p} w^2 + T$$

$$T = T_0 - \frac{1}{2c_p} w^2 = (30 + 273) - \frac{100^2}{2 \times 1.005 \times 10^3} = 298 \text{ K}$$

全圧力の式 (11.17) より

$$p_0 = p \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2\kappa} \frac{w^2}{pv} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} = p \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2\kappa} \frac{w^2}{RT} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}$$

$$p = \frac{p_0}{\left(1 + \frac{\kappa - 1}{2\kappa} \frac{w^2}{RT} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}} = \frac{300}{\left(1 + \frac{1.4 - 1}{2 \times 1.4} \times \frac{100^2}{287 \times (30 + 273)} \right)^{\frac{1.4}{1.4 - 1}}} = 283 \text{ kPa}$$

問題 5

- (1) h - s 線図から, ノズル入口比エンタルピー $h_1 = 3690 \text{ kJ/kg}$ とノズル出口エンタルピー $h_2 = 3220 \text{ kJ/kg}$ を読み取り, 流出速度の式 (11.29) より求める.

$$w = \sqrt{2(h_1 - h_2)} = \sqrt{2 \times (3690 - 3220) \times 10^3} = 970 \text{ m/s}$$

- (2) ノズルの任意の断面における式 (11・31) から求める.

$$\begin{aligned} w &= \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right]} = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1} RT_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right]} \\ &= \sqrt{\frac{2 \times 1.3}{1.3 - 1} \times 462 \times (600 + 273) \times \left[1 - \left(\frac{0.5 \times 10^6}{2 \times 10^6} \right)^{\frac{1.3 - 1}{1.3}} \right]} = 978 \text{ m/s} \end{aligned}$$

問題 6

- (1) 臨界圧力は式 (11.34) より

$$p_c = p_1 \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} = 1 \times \left(\frac{2}{1.4 + 1} \right)^{\frac{1.4}{1.4 - 1}} = 0.528 \text{ MPa}$$

- (2) 限界速度は式 (11.35) より

$$w = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa + 1} p_1 v_1} = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa + 1} RT_1} = \sqrt{\frac{2 \times 1.4}{1.4 + 1} \times 287 \times 400} = 366 \text{ m/s}$$

- (3) 最大質量流量は式 (11.37) より

$$m_{\max} = A_2 \sqrt{\kappa \frac{p_1}{v_1} \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}} = A_2 \sqrt{\kappa \frac{p_1^2}{RT_1} \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}}$$

$$= \frac{1}{4} \times \pi \times (10 \times 10^{-3})^2 \times \sqrt{1.4 \times \frac{(1 \times 10^6)^2}{287 \times 400} \times \left(\frac{2}{1.4+1} \right)^{\frac{1.4+1}{1.4-1}}} = 0.159 \text{ kg/s}$$

問題 7

全温度の式 (11.15) $T_0 = \frac{1}{2c_p} w^2 + T$ より全圧力の式 $p_0 = p \left(1 + \frac{\kappa-1}{2\kappa} \frac{w^2}{pv} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$ を導く.

$$T_0 = \frac{1}{2c_p} w^2 + T = \frac{\kappa-1}{2\kappa R} w^2 + T$$

$$RT_0 = \frac{\kappa-1}{2\kappa} w^2 + RT$$

$$p_0 v_0 = \frac{\kappa-1}{2\kappa} w^2 + pv$$

断熱変化なので $pv^\kappa = p_0 v_0^\kappa \Rightarrow v_0 = \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{1}{\kappa}} v$

これをもとの式に代入すると, 以下となる.

$$p_0 \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{1}{\kappa}} v = \frac{\kappa-1}{2\kappa} w^2 + pv$$

$$p_0^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \frac{1}{p^{\frac{1}{\kappa}}} \left(\frac{\kappa-1}{2\kappa v} w^2 + p \right) = p^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \left(1 + \frac{\kappa-1}{2\kappa pv} w^2 \right)$$

$$p_0 = p \left(1 + \frac{\kappa-1}{2\kappa} \frac{w^2}{pv} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

問題 8

速度増加率の式 (11.38) より

(1) 背圧が 0.05 MPa の場合

$$\frac{w_2}{w_c} = \sqrt{\frac{\kappa+1}{\kappa-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]} = \sqrt{\frac{1.4+1}{1.4-1} \left[1 - \left(\frac{0.05}{0.1} \right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} \right]} = 1.04$$

(2) 背圧が 0.01 MPa の場合

$$\frac{w_2}{w_c} = \sqrt{\frac{\kappa+1}{\kappa-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]} = \sqrt{\frac{1.4+1}{1.4-1} \left[1 - \left(\frac{0.01}{0.1} \right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} \right]} = 1.70$$

(3) 背圧が真空の場合

$$\frac{w_2}{w_c} = \sqrt{\frac{\kappa+1}{\kappa-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]} = \sqrt{\frac{1.4+1}{1.4-1}} = 2.45$$

発展問題

問題 9

貯気槽内の状態を初期条件として、のど部では臨界圧力、限界速度、最大質量速度に達すると考えられる。

臨界圧力の式 (11.34) より

$$p_c = p_1 \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 1 \times \left(\frac{2}{1.4+1} \right)^{\frac{1.4}{1.4-1}} = 0.528 \text{ MPa}$$

限界速度は式 (11.35) より

$$w = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa+1} p_1 v_1} = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa+1} R T_1} = \sqrt{\frac{2 \times 1.4}{1.4+1} \times 287 \times 350} = 342 \text{ m/s}$$

最大質量流量は式 (11.37) より

$$\begin{aligned} m_{f\max} &= A_2 \sqrt{\kappa \frac{p_1}{v_1} \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}} = A_2 \sqrt{\kappa \frac{p_1^2}{R T_1} \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}} \\ &= \frac{1}{4} \times \pi \times (100 \times 10^{-3})^2 \times \sqrt{1.4 \times \frac{(1 \times 10^6)^2}{287 \times 350} \times \left(\frac{2}{1.4+1} \right)^{\frac{1.4+1}{1.4-1}}} = 17.0 \text{ kg/s} \end{aligned}$$

また、のど部では $M=1$ となるので、全温度の式 (11.20) より

$$T = \frac{T_0}{1 + \frac{\kappa-1}{\kappa} M^2} = \frac{350}{1 + \frac{1.4-1}{1.4} \times 1} = 272 \text{ K}$$

ノズル流出速度は式 (11.30) より

$$\begin{aligned} w &= \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]} = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} R T_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]} \\ &= \sqrt{\frac{2 \times 1.4}{1.4-1} \times 287 \times 350 \times \left[1 - \left(\frac{0.01 \times 10^6}{1 \times 10^6} \right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} \right]} = 717 \text{ m/s} \end{aligned}$$

問題 10

背圧が臨界圧力より高ければ、先細ノズルで適正な流れが保たれる。背圧が臨界圧力よりも低い場合は、先細・末広ノズル（ラバルノズル）を使用しないと適正な膨張を行うことができない。まず、初期状態から臨界圧力を求める。次に背圧が、求めた臨界圧力も低いか高いかを比較して、適切なノズルを選定する。

(1) 空気 ($\kappa=1.4$) を $p_1=1.0 \text{ MPa}$ から $p_b=0.5 \text{ MPa}$

臨界圧力の式 (11.34) より

$$p_c = p_1 \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} = 1 \times \left(\frac{2}{1.4 + 1} \right)^{\frac{1.4}{1.4 - 1}} = 0.528 \text{ MPa}$$

背圧 $p_b = 0.5 \text{ MPa} < 0.528 \text{ MPa}$, よってラバルノズルを用いる.

(2) 過熱蒸気 ($\kappa = 1.30$) を $p_1 = 5.0 \text{ MPa}$ から $p_b = 0.05 \text{ MPa}$

$$p_c = p_1 \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} = 5 \times \left(\frac{2}{1.3 + 1} \right)^{\frac{1.3}{1.3 - 1}} = 2.73 \text{ MPa}$$

背圧 $p_b = 0.05 \text{ MPa} < 2.73 \text{ MPa}$, よってラバルノズルを用いる.

(3) 乾き飽和蒸気 ($\kappa = 1.135$) を $p_1 = 1.8 \text{ MPa}$ から $p_b = 1.2 \text{ MPa}$

$$p_c = p_1 \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} = 1.8 \times \left(\frac{2}{1.135 + 1} \right)^{\frac{1.135}{1.135 - 1}} = 1.04 \text{ MPa}$$

背圧 $p_b = 1.2 \text{ MPa} > 1.04 \text{ MPa}$, よって先細ノズルを用いる.

問題 11

等温流動の場合, 式 (11.45) が成り立つ.

$$p_1 - p_2 = p_1 \left(1 - \sqrt{1 - f \frac{l}{D} \frac{w_1^2}{p_1 v_1}} \right)$$

等温変化なので $pv = p_1 v_1 = \text{一定} \cdots (1)$ である.

連続の式 (11.3) の関係より, 断面積 A の変化がないので, $w/v = w_1/v_1 = \text{一定} \cdots (2)$ であり,

式 (1) と式 (2) の両辺を掛けると, $pw = p_1 w_1 = \text{一定} \cdots (3)$ となる.

微分して, さらに両辺に v を掛けると, $pvdw + vwdp = 0$ となる.

これを流動の基礎式 (11.43) の $w dw + f \frac{dl}{D} \frac{w^2}{2} = -v dp$ に代入すると

$$w dw + f \frac{dl}{D} \frac{w^2}{2} = pv \frac{dw}{w}$$

さらに, 両辺を w^2 で割ると

$$\frac{dw}{w} + f \frac{dl}{2D} = pv \frac{dw}{w^3}$$

円管の入口断面 1 より l はなれた出口断面 2 まで積分する.

$$\ln \left(\frac{w_2}{w_1} \right)^2 + f \frac{l}{D} = p_1 v_1 \left(\frac{1}{w_1^2} - \frac{1}{w_2^2} \right)$$

変形して

$$\ln \left(\frac{w_2}{w_1} \right)^2 + f \frac{l}{D} = -p_1 v_1 \frac{1}{w_1^2} \left[\left(\frac{w_1}{w_2} \right)^2 - 1 \right]$$

両変に $-w_1^2$ を掛けると

$$-w_1^2 \left[\ln \left(\frac{w_2}{w_1} \right)^2 + f \frac{l}{D} \right] = p_1 v_1 \left[\left(\frac{w_1}{w_2} \right)^2 - 1 \right]$$

式 (3) の関係より $p_1 w_1 = p_2 w_2 = \text{一定}$ より $\frac{w_1}{w_2} = \frac{p_2}{p_1}$ を代入すると

$$w_1^2 \left[\ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^2 - f \frac{l}{D} \right] = p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^2 - 1 \right]$$

ここで、 $l \gg D$ なので左辺の大括弧内は

$$-w_1^2 f \frac{l}{D} = p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^2 - 1 \right]$$

となり、整理すると

$$p_1 - p_2 = p_1 \left(1 - \sqrt{1 - f \frac{l}{D} \frac{w_1^2}{p_1 v_1}} \right)$$

問題 12

連続の式より

$$m_f = \frac{Aw}{v} = \frac{Aw p}{RT} = \text{一定}$$

また、同一の管路直径の場合

$$\frac{dp}{p} = \frac{dT}{T} - \frac{dw}{w} \quad \dots \dots \dots (A)$$

運動方程式 (11.43) より

$$v dp + w dw + f \frac{dl}{D} \frac{w^2}{2} = 0$$

$w^2 = M^2 \kappa RT$ を代入して

音速の二乗 $a^2 = \kappa RT$ とマッハ数 $M = \frac{w}{a}$ より、

$$v dp + w dw + \frac{M^2 \kappa RT}{2} \frac{f dl}{D} = 0$$

$$\frac{v}{RT} dp + \frac{w \kappa}{\kappa RT} dw + \frac{M^2 \kappa}{2} \frac{f dl}{D} = 0$$

$$\frac{dp}{p} + \kappa M^2 \frac{dw}{w} + \frac{M^2 \kappa}{2} \frac{f dl}{D} = 0$$

式 (A) に代入して

$$\frac{dT}{T} - (1 - \kappa M^2) \frac{dw}{w} + \frac{M^2 \kappa}{2} \frac{f dl}{D} = 0 \quad \dots \dots \dots (B)$$

●等温変化では $dT=0$ より、式 (B) は

$$(1 - \kappa M^2) \frac{dw}{w} = \frac{M^2 \kappa}{2} \frac{f dl}{D}$$

となり、両辺が正なので、 $1 - \kappa M^2 > 0$ より

$$M < \frac{1}{\sqrt{\kappa}}$$

となる。

●断熱変化では、全エンタルピーの式より

$$\frac{w^2}{2} + h = h_0$$

$$d\left(\frac{w^2}{2}\right) + dh = 0$$

$$w dw = -c_p dT$$

$$\frac{dw}{w} = -\frac{1}{w^2} \frac{\kappa RT}{\kappa - 1} \frac{dT}{T}$$

$$\frac{dw}{w} = -\frac{1}{M^2(\kappa - 1)} \frac{dT}{T}$$

式 (B) に代入して

$$-M^2(\kappa - 1) \frac{dw}{w} - (1 - \kappa M^2) \frac{dw}{w} + \frac{M^2 \kappa}{2} \frac{f dl}{D} = 0$$

$$(M^2 - 1) \frac{dw}{w} = -\frac{\kappa M^2}{2} \frac{f dl}{D}$$

$$\frac{dw}{w} = \frac{\kappa M^2}{2(1 - M^2)} \frac{f dl}{D}$$

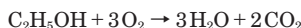
これより、断熱流れの場合では、管入口のマッハ数が1より小（亜音速）であれば $M=1$ まで増速し、管入口のマッハ数が1より大（超音速）であれば減速して $M \leq 1$ となる。

第12章

基本問題

問題 1

エタノールの酸化反応は



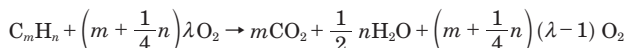
である。エタノール：1 mol から H_2O ：3 mol ができる。エタノールの分子量は $M=46$ であるので、エタノール：46.0 kg から H_2O ：54 kg が生成されるのでエタノール 10 kg から水は 11.7 kg 生成される。

解答

11.7 kg

問題 2

炭化水素 C_mH_n が燃焼するときの反応式は、 λ を空気比として



ここで、 O_2 を供給するため、ともに入ってくる空気中の N_2 の量は

$$\text{N}_2 : \frac{79.0}{21.0} \left(m + \frac{1}{4}n\right)\lambda$$

となる。乾き排ガスであるので、 H_2O を除外して、その他の組成の体積比は

$$\text{CO}_2 : \text{O}_2 : \text{N}_2 = m : \left(m + \frac{1}{4}n\right)(\lambda-1) : \frac{79.0}{21.0} \left(m + \frac{1}{4}n\right)\lambda$$

これより、 CO_2 の割合は

$$\text{CO}_2 = \frac{m}{\left(m + \frac{1}{4}n\right) \left\{ \frac{79.0}{21.0} \lambda + (\lambda-1) \right\} + m}$$

CO_2 は題意に与えられている。これにより、 λ について解くと

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{21.0}{21.0 + 79.0} \left\{ 1 + \left(\frac{1}{[\text{CO}_2]} - 1 \right) \frac{m}{m + 1/4 \cdot n} \right\} \\ &= 0.21 \left(1 + \frac{0.88}{0.12} \frac{4}{4 + 0.25} \right) = 1.1577 \end{aligned}$$

$\phi = 1/\lambda$ であるので、 $\phi = 1/1.1577 = 0.86378 \doteq 0.864$

解答

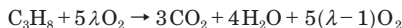
0.864

発展問題

問題 3

解説

プロパンが燃焼するときの反応式は



ここで、 O_2 を供給するため、ともに入ってくる空気中の N_2 の量は、 $[N_2] = \frac{79.0}{21.0} 5.0\lambda$

すると、湿り排ガスであるので、 H_2O を含めた組成の体積比は

$$CO_2 : H_2O : O_2 : N_2 = 3 : 4 : 5.0(\lambda - 1) : \frac{79.0}{21.0} 5.0\lambda$$

ここで、 $\lambda = 1.10$ であるので、全体を 100 として

$$CO_2 : H_2O : O_2 : N_2 = 11.0 : 14.6 : 1.17 : 73.2$$

となる。

解答

$$CO_2 : 11.0\%, H_2O : 14.6\%, O_2 : 1.17\%, N_2 : 73.2\%$$

問題 4

解説

燃焼温度を T_{gas} として、熱のバランスより

$$H_L + m_f c_{pf} T_f + m_{air} c_{p_{air}} T_{air} = (m_f + m_{air}) c_{p_{gas}} T_{gas}$$

から

$$\begin{aligned} T_{gas} &= \frac{1}{(m_f + m_{air}) c_{p_{gas}}} (H_L + m_f c_{pf} T_f + m_{air} c_{p_{air}} T_{air}) \\ &= \frac{1}{(1 + 18) 1.25} (40000 + 1 \times 3.25 \times 283.15 + 18 \times 1.04 \times 283.15) \\ &= 1946.14 \text{ K} = 1693^\circ \text{C} \end{aligned}$$

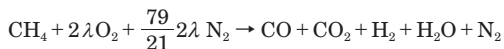
解答

$$1690^\circ \text{C}$$

問題 5

解説

不完全燃焼であるので、 O_2 がなく、 CH_4 の反応は



この式で、燃料を $C_m H_n$ として、左右の原子数を一致させる。生成したガスのそれぞれの体積分率を求めるため、比例定数 k を用いて、

$$C : [CO] + [CO_2] = k \quad N : [N_2] = \frac{79}{21} \left(m + \frac{n}{4} \right) \lambda k$$

$$H : [H_2] + [H_2O] = \frac{n}{2} k \quad O : \frac{1}{2} ([CO] + [H_2O]) + [CO_2] = \left(m + \frac{n}{4} \right) \lambda k$$

であり、すべてのガスの体積割合を加えると、

$$[\text{H}_2] + [\text{H}_2\text{O}] + [\text{CO}] + [\text{CO}_2] + [\text{N}_2] = \frac{n}{2}k + k + \frac{79}{21}\left(m + \frac{n}{4}\right)\lambda k = 1$$

である。これから、 k を求めることができる。これから、

$$[\text{CO}_2] = k - [\text{CO}],$$

$$[\text{H}_2\text{O}] = 2\left(m + \frac{n}{4}\right)\lambda k - ([\text{CO}] + 2[\text{CO}_2]),$$

$$[\text{H}_2] = \frac{n}{2}k - [\text{H}_2\text{O}]$$

として求められる。

まず k を求める。

$$k = 1 / \left\{ \frac{n}{2} + 1 + \frac{79}{21} \left(m + \frac{n}{4} \right) \lambda \right\} = 1 / \left\{ 2 + 1 + \frac{79}{21} \cdot 2 \cdot 0.80 \right\} = 0.10233918$$

すると $[\text{CO}] = 0.0005$ であるので、

$$[\text{CO}_2] = k - [\text{CO}] = 0.10234 - 0.0005 = 0.10184$$

$$[\text{H}_2\text{O}] = 2 \cdot (1 + 1) \cdot 0.90 \cdot 0.10234 - (0.0005 + 2 \cdot 0.10184) = 0.164243$$

$$[\text{H}_2] = 2 \cdot 0.10234 - 0.164243 = 0.04044 \div 4.04 \%$$

解答

4.04 %

問題 6

解説

熱移動量 q は、定常では保存されるので、等しく次のようになる。厚さ l_r 、熱伝導率 λ とすると

$$q = \lambda \frac{t_1 - t_2}{l_r} = 0.800 \frac{200 - 40}{0.150} = 853.33 \text{ W/m}^2$$

と求められる。ここで、 t_1 、 t_2 はそれぞれ壁の表裏の温度である。これを計算すればよい。

解答

853 W/m²

問題 7

熱移動量 q は、それぞれの場所での熱移動を求めて、連立方程式として解く。熱移動量 q は、定常では保存されるので、等しく次のようになる。

$$\text{プラスチック} : q = \frac{\lambda_p(t_{\text{out}} - t_1)}{l_p}$$

$$\text{鋼} \quad \text{板} : q = \frac{\lambda_s(t_1 - t_2)}{l_s}$$

$$\text{耐火物} : q = \frac{\lambda_r(t_2 - t_{\text{in}})}{l_r}$$

ここで、添字 p, s, r は板の種類, $t_{\text{in}}, t_1, t_2, t_{\text{out}}$ は板表面, 合わせ面, 裏面の温度である。これを q について解けばよい。つまり,

$$q = \frac{t_{\text{in}} - t_{\text{out}}}{\frac{l_p}{\lambda_p} + \frac{l_s}{\lambda_s} + \frac{l_r}{\lambda_r}} = \frac{200 - 40}{\frac{0.018}{1.0} + \frac{0.01}{16} + \frac{0.15}{0.8}} = 776.228$$

である。これを用いて、鋼板とプラスチックの接している面の温度は

$$t_1 = t_{\text{out}} + \frac{q l_p}{\lambda_p} = 40 + \frac{776.228 \cdot 0.018}{1.0} = 54.0 \text{ } ^\circ\text{C}$$

解答

熱の移動量: 776 W/m^2 , 鋼板とプラスチックの接している面の温度: $54.0 \text{ } ^\circ\text{C}$

問題 8

解説

A, B の板は同じ厚さであるので、単位面積あたりの通過熱量 q は、それぞれの板の外側の温度を T_A, T_B , 貼りあわせた間の温度を T_m とすると

$$q = \frac{\lambda_A}{l} (T_m - T_A) = \frac{\lambda_B}{l} (T_B - T_m)$$

である。これより λ_B を求めると

$$\lambda_B = \lambda_A \frac{T_m - T_A}{T_B - T_m} = 1.25 \frac{85 - 140}{55 - 85} = 2.29 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$$

である。

解答

$2.29 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$

問題 9

(A) 熱伝導 (B) 熱放射 (C) 熱伝達 (D) 熱伝導

問題 10

解説

熱移動量 q は、それぞれの場所での熱移動を求めて、連立方程式として解く。

$$\text{炉 外: } q = h_1(t_1 - t_{\text{out}}) \qquad \text{鋼 板: } q = \frac{\lambda_1(t_2 - t_1)}{l_1}$$

$$\text{耐火物: } q = \frac{\lambda_2(t_3 - t_2)}{l_2} \qquad \text{炉 内: } q = h_2(t_{\text{in}} - t_3)$$

ここで, t_{out} , t_1 , t_2 , t_{in} は炉外, 鋼板外側, 鋼板内側, 炉内の温度である. すべての熱移動量 q は等しいので

$$q = \frac{t_{\text{in}} - t_{\text{out}}}{\frac{1}{h_1} + \frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{l_2}{\lambda_2} + \frac{1}{h_2}} = \frac{1300 - 30}{\frac{1}{50} + \frac{0.3}{0.083} + \frac{0.01}{0.480} + \frac{1}{7.5}} = 335 \text{ W/m}^2$$

$$\text{鋼板の内側の温度 } t_2 \text{ は, } t_2 = t_1 + \frac{ql_1}{\lambda_1} = t_{\text{out}} + q \left(\frac{1}{h_1} + \frac{l_1}{\lambda_1} \right) = 30 + 335 \left(\frac{1}{50.0} + \frac{0.3}{0.0830} \right) = 43.7^\circ\text{C}$$

解答

鋼板の内側の温度: 43.7°C , 熱の移動量: 335 W/m^2

問題11**解説**

熱はフーリエの法則で, 板の厚みを D とすると

$$q = -k \frac{dT}{dx} = -k \frac{\delta T}{D} \Rightarrow \delta T = -\frac{qD}{k}$$

である. この式に2つの金属の厚みと熱伝導率を入れると

【ステンレス板】

$$\delta T = -\frac{qD}{k} = -\frac{2500 \cdot 0.012}{24} = 1.25^\circ\text{C}$$

【銀】

$$\delta T = -\frac{qD}{k} = -\frac{2500 \cdot 0.012}{418} = 0.07177 \div 0.0718^\circ\text{C}$$

解答

ステンレス板: 1.25°C , 銀: 0.0718°C

問題12**解説**

鋼板の厚み l_1 , 保温材の厚み l_2 とし, 熱伝達率を鋼板表面で h_1 , 保温材表面で h_2 , さらに, 熱伝導率を鋼板で λ_1 , 保温材外径で λ_2 とする. これらを用いて, 放熱量を q_{cy} とし, 鋼板表面, 鋼板外表面, 保温材外表面それぞれの温度を t_1 , t_2 , t_3 とすると, それぞれを通過する熱量は

$$\text{鋼板表面: } q_{\text{cy}} = h_1(t_{f1} - t_1) \qquad \text{保温剤表面: } q_{\text{cy}} = h_2(t_3 - t_{f2})$$

$$\text{銅板: } q_{cy} = \frac{\lambda_1(t_1 - t_2)}{l_1} \quad \text{保温剤: } q_{cy} = \frac{\lambda_2(t_2 - t_3)}{l_2}$$

これらを, t_1, t_2, t_3 を消去して q_{cy} を求めると,

$$q_{cy} = \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{h_1} + \frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{l_2}{\lambda_2} + \frac{1}{h_2}} = \frac{400 - 20}{\frac{1}{18} + \frac{0.03}{0.120} + \frac{0.01}{52.0} + \frac{1}{110}} = 36.8 \text{ kW/m}^2$$

解答

36.8 kW/m²

問題13

解説

A, B それぞれの板の温度 T , 放射率にそれぞれ添え字 a, b を付ける. 中間に板を入れないときは次の式に代入し

$$q_{ab} = \frac{\sigma}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} (T_a^4 - T_b^4)$$

この2つの板の間に薄い板を入れ, この板の温度を T_c , 放射率 ε_c とすると, 薄い板の熱バランスから

$$q_{ac} = \frac{\sigma}{\frac{1}{\varepsilon_a} + \frac{1}{\varepsilon_c} - 1} (T_a^4 - T_c^4) = \frac{\sigma}{\frac{1}{\varepsilon_c} + \frac{1}{\varepsilon_b} - 1} (T_c^4 - T_b^4)$$

となり, これを ε_c について解き, q_{ac} を求めればよい. まず, 上の式で

$$T_a = 1800 + 273.15 = 2073.15 \text{ K}$$

$$T_b = 20 + 273.15 = 293.15 \text{ K}$$

$$T_c = 1420 + 273.15 = 1693.15 \text{ K}$$

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$$

$$A = \sigma (T_a^4 - T_c^4) = 0.58141 \times 10^6$$

$$B = \sigma (T_c^4 - T_b^4) = 0.46558 \times 10^6$$

として, ε_c の式に代入する.

$$\varepsilon_c = \frac{B - A}{\frac{A}{\varepsilon_b} - \frac{B}{\varepsilon_a} + B - A} = \frac{0.46558 - 0.58141}{\frac{0.58141}{0.850} - \frac{0.46658}{0.480} + 0.46558 - 0.58141} = 0.288355 \div 0.288$$

これを q_{ac} の式に代入し

$$q_{ac} = \frac{A}{\frac{1}{\varepsilon_a} + \frac{1}{\varepsilon_c} - 1} = \frac{0.58141 \times 10^6}{\frac{1}{0.48} + \frac{1}{0.85} - 1} = 127746 \text{ W/m}^2 \div 128 \text{ kW/m}^2$$

解答

A から B への伝熱量 128 kW/m^2 ，放射率 0.288

問題 14**解説**

板の端と平行な温度分布をしている端は，簡単にわかるように等しい温度の端になっている。つまり，等温度境界である。一方，端に垂直な温度分布があるときは，等温度線に垂直に熱が流れるのでこの端から外に出て行ったり中に入り込む熱の流れはないということになり，断熱境界となる。

解答

平行な温度分布では等温度境界，垂直な温度分布では断熱境界

問題 15

ニュートンの冷却の法則は，単位表面あたり $q = h(T - T_a)$ である。金属塊の保有熱量は CT なのでこの時間変化は，

$$C \frac{dT}{dt} = -Ah(T - T_a)$$

これを解くと

$$\ln \frac{T - T_a}{T_1 - T_a} = -\frac{Ah}{C}t$$

であるので

$$t = \frac{C}{Ah} \ln \frac{T_1 - T_a}{T - T_a} = \frac{160}{0.125 \times 16.8h} \ln \frac{140 - 10}{50 - 10} = 89.802 \div 89.8 \text{ s}$$

解答

89.8 s

問題 16**解答**

熱移動量 q は，フーリエの法則から求められる。熱伝導率 λ ，熱移動量 q を用いて，面積 A で厚み l の耐火物では

$$Q = A\lambda \frac{T_1 - T_2}{l} = 2.50 \times 8.52 \times 10^{-3} \frac{423 - 273.15 - 35}{0.150} = 16.3 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

となる。

解説

$$16.3 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

問題 17

解説

熱移動量 q は、フーリエの法則から求められる。熱伝導率 λ 、熱移動量 q を用いて、厚み l の耐火物では

$$q = \frac{\lambda(T_1 - T_2)}{l}$$

となる。これを計算すればよい。

$$q = \frac{\lambda(T_1 - T_2)}{l} = 0.8 \frac{453 - 273 - 40}{0.15} = 747 \text{ W}/\text{m}^2$$

問題にはないが、耐火物のある深さでの温度を必要とする場合には、厚み方向を x として

$T = T_1 + (T_2 - T_1) \frac{x}{l}$ であるので、例えば深さ 11 mm の場所の温度は、 $x = 0.0110$ を代入して

$$T = 453 - (453 - 273 - 40) \frac{0.0110}{0.15} = 141.6 \text{ と求める。}$$

解答

$$747 \text{ W}/\text{m}^2$$

問題 18

解説

熱移動量 q は、フーリエの法則から求められる。厚み l の円管の外半径を r_1 として、内半径は $r_2 = r_1 - l$ である。熱流束 q は

$$q = -\lambda \frac{2\pi(T_2 - T_1)}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = -20.5 \frac{2\pi(180 - 40)}{\ln \frac{0.050}{0.065}} = 68.7 \text{ kW}/\text{m}^2$$

となる。

解答

$$68.7 \text{ kW}/\text{m}^2$$

問題19

解説

熱移動量 q は、それぞれの場所での熱移動を求めて、連立方程式として解く。熱移動量 q は、定常では保存されるので、等しく次のようになる。

$$\text{プラスチック：} q = 2\pi\lambda_p \frac{t_{\text{out}} - t_1}{\ln\left(\frac{D_p}{D}\right)}$$

$$\text{鋼板：} q = 2\pi\lambda_s \frac{t_1 - t_2}{\ln\left(\frac{D_s}{D_p}\right)}$$

$$\text{耐火物：} q = 2\pi\lambda_r \frac{t_2 - t_{\text{in}}}{\ln\left(\frac{D_{\text{in}}}{D_s}\right)}$$

ここで、添字 p, s, r は板の種類、 D は直径、 $t_{\text{in}}, t_1, t_2, t_{\text{out}}$ は円筒表面、合わせ面、内裏面の温度である。これを q について解けばよい。つまり

$$\begin{aligned} q &= 2\pi \frac{t_{\text{in}} - t_{\text{out}}}{\frac{1}{\lambda_p} \ln \frac{D_p}{D} + \frac{1}{\lambda_s} \ln \frac{D_s}{D_p} + \frac{1}{\lambda_p} \ln \frac{D_{\text{in}}}{D_s}} \\ &= 2\pi \frac{40 - 200}{\frac{1}{1.00} \ln \frac{0.092}{0.1} + \frac{1}{16} \ln \frac{0.086}{0.092} + \frac{1}{0.8} \ln \frac{0.026}{0.086}} \doteq 635 \text{ W/m}^2 \end{aligned}$$

である。これを用いて、鋼管とプラスチックの接している面の温度は

$$t_1 = t_{\text{out}} + \frac{q}{2\pi\lambda_p} \ln \frac{D_p}{D} = 200 + \frac{635.1}{2\pi \cdot 1.00} \ln \frac{0.092}{0.1} = 31.6 \text{ }^\circ\text{C}$$

解答

熱の移動量：635 W/m²，鋼管とプラスチックの接している面の温度：31.6 °C