

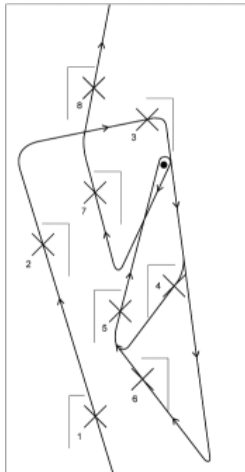
「プログラマのための論理パズル」別解

第I部 マインド・ゲーム

10 氷上の鞭使い

問題2

(小黒拓郎さんからのより良い解答)



11 最高の業界用語

問題3

(小黒拓郎さんからのより良い解答)

例えば、ABCDの4文字の組み合わせは、 $4 \times 3 \times 2 \times 1$ で24とおりになります。

これを通常の(同桁数のみの)ビット列で表現すれば、 $24 < 2^5 = 32$ で5ビット必要になります。

しかし問題の定義では、0、1、00、01、11、000、001、……というように短いビット列を含めて区別をつけて使うことを排除していません。

このため、 $2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 = 30$ と最長4ビットで表現できることになります。

この発想で、この問題の解答を考えると、以下のようになります。

ウォームアップ問題

60文字をまとめてエンコードします。

条件を満たす60文字の文字列が、

$$60! / (30! 15! 10! 5!) = 55089760514325606773349085440$$

種類あります。

これにビット表記を割り当てていくのですが、60文字全部をエンコードしてしまうときには、その後に並ぶものがないため、

1

というビット表記と、

11

というビット表記のどちらかを割り当てることができます。

具体的には、55089760514325606773349085440種類の文字列を例えば辞書式の順序で並べ、ビット長の小さい順、同じビット長では2進数と考えて小さい順にビット表記を割り当てていきます。

ビット長がn以下のビット表記は(ビット長0のものを除いて) $2^{n+1} - 2$ 種類あり、

$$55089760514325606773349085440 < 2^{(95+1)} - 2$$

ですので、最大ビット長95でエンコードすることができます。

問題1

条件を満たす文字列が、

$$40! / (15!15!5!5!) = 33134723724123141120$$

種類あります。最大ビット長64でエンコードすることができます。

問題2

条件を満たす文字列が、

$$30! / (15!5!5!5!) = 117386113965120$$

種類あります。最大ビット長46でエンコードすることができます。

問題3

条件を満たす文字列が、式は長いので省略しますが、

$$9516043429893000$$

種類あります。最大ビット長53でエンコードすることができます。

15 フラクタル生物学

問題4

(堤田紘直さんからのより良い解答)

108つのノードを

- 1,2,7(各15個)
- 3,4,5,6(各14個)
- a,b,c,d,e,f,g(各1個)

に分ける。

リンクを

- a-1234
- b-1256
- c-1357
- d-1467
- e-2367
- f-2457
- g-3456

計404本

- a-g
- a-f
- b-g
- b-f
- c-e
- c-g
- d-e
- d-g

計8本

- 2-7

- 3-4
- 3-6
- 5-6

左辺は右辺のいずれかに1本で、右辺も左辺のいずれかに1本で計57本（※2-7を例にすると、2と7の1つずつに番号を付けて、2(1)~2(15)と7(1)~7(15)とし、2(1)-7(1)、2(2)-7(2)……2(14)-7(14)、2(15)-7(15)のように、それぞれがいずれか1つに1本つながる接続）

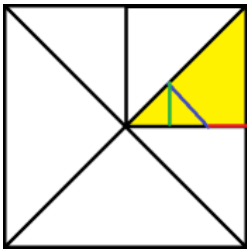
合計469本

16 パイの子供カット

問題5

（堤田紘直さんからのより良い解答）

図29.18を参考にして、外周の辺の中心から垂直に直線を引き、中心に三角形を一つ作ることを考えれば、添付した図の黄色部分のみを考えればよく青線*2+赤線の長さを最小化する問題になります。青線で区切られた右上側の面積は1/10、左下側の面積は1/40になります。



緑線と青線の角の角度を N° とすれば、青線の左側の三角形の面積は、

$$(a^2)/2 + \tan(N/360 * 2\pi) (a^2)/2 = 1/40$$

で表されます。

ここから緑線の長さ a は、

$$a = \sqrt{1 / (20 + 20 \tan(N/360 * 2\pi))}$$

になり、青線の長さ b は（三平方の定理より）、

$$b = \sqrt{(\sqrt{1 / (20 + 20 \tan(N/360 * 2\pi))})^2 + (\sqrt{1 / (20 + 20 \tan(N/360 * 2\pi))}) \tan(N/360 * 2\pi)^2}$$

になります。

赤線の長さ c は、1/2からの差分で、

$$c = 1/2 - (\sqrt{1 / (20 + 20 \tan(N/360 * 2\pi))}) (1 + \tan(N/360 * 2\pi))$$

になります。

これにより、周囲の長さの合計（ $4 + 8 * c + 8 * b$ ）は、

$$4 + ((1/2 - (\sqrt{1 / (20 + 20 \tan(N/360 * 2\pi))}) (1 + \tan(N/360 * 2\pi))) + (\sqrt{(\sqrt{1 / (20 + 20 \tan(N/360 * 2\pi))})^2 + (\sqrt{1 / (20 + 20 \tan(N/360 * 2\pi))}) \tan(N/360 * 2\pi)})$$

になります。この周囲の長さの合計は、 $N = 37.35$ の場合、9.01405765の最小値になります。

※これは図29.18の中心の正方形を、（青線*2+赤線の長さを最小化した）変形八角形にしたものです。この発想を進めていくと、さらに多角形にすればより良い答が出てくることになります。そして究極的には、多角形の極限としての曲線になるはずですが、堤田紘直さんからは、この曲線での最適解の計算式・計算結果もいただいています。ただし、編集部での検証ができていないため、ここでの紹介は割愛させていただきます。

※なお、この解答の検証については、日本語版関係者のみが行っています。原著者であるShasha教授は、この検証には参加していません。

22 マインド・ゲーム

問題5

（堤田紘直さんからのより良い解答）

b が奇数、例えば、 $b = 5$ （ $0 \sim 4$ ）、 $N = 4$ の場合、

0000
1000
1100
1110
1111

2222
3222
3322
3332
3333

の10回で判明する。

※考え方：最初の5回で0と1の位置、次の5回で2と3の位置が分かる。0、1、2、3のいずれでもない箇所は4となる。つまりbより1つ少ない数を2で割り、桁数プラス1 (N+1) をかけたものになる。

bが偶数、例えばb=4 (0~3)、N=4の場合は、

0000
1000
1100
1110
1111

2111
2211
2221
2222

の9回で判明する。

※考え方：この9回で0、1、2の位置が分かり、0、1、2のいずれでもない箇所は3となる。つまりbより2つ少ない数を2で割った数に桁数プラス1 (N+1) をかけた数 (この場合1×5) に、さらにN (この場合4) を加えた数になる。

これを数式で表すと、

$$[(b-1)/2]*(N+1)+N*((b-1)/2-[(b-1)/2])*2$$

※ $[(b-1)/2]$ は $(b-1)/2$ を超えない最大の整数。

または、

$$((b-1)/2)*(N+1)+(b-1)\%2*(N-1)$$

※ $(b-1)\%2$ は $(b-1)$ を2で割った際の余り (この場合、1か0)。

b 都市計画

問題2

(小黒拓郎さんからのより良い解答)

I	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	O
X	X	X	X	X	S
O	X	X	X	P	H
X	W	W	S	H	H
X	O	P	H	H	P

スタジアムを4×4の16区画分の大きさに建設できます。
